

段考錦囊

 名師學院™
年級：高中二年級

範圍：下學期第二次段考

科目：物理



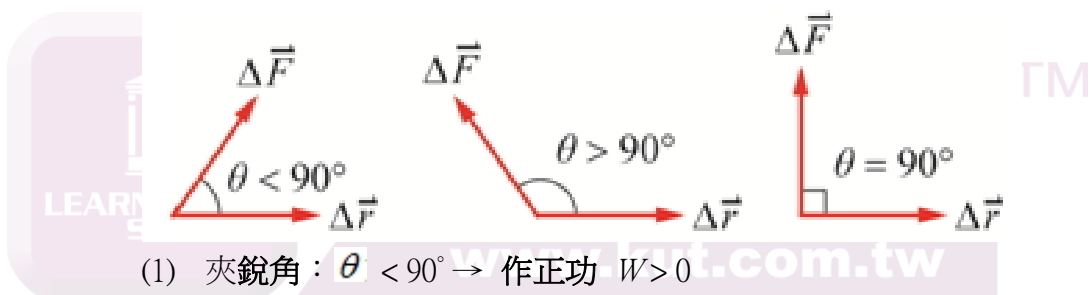
一、一分鐘準備段考

- 清楚每個物理名詞的定義
- 公式不要死記，要能推導
- 整理比較，如摩擦力的特徵、牛頓運動定律等
- 利用名師學院系列產品，反覆觀看、補強弱點

二、重點回顧

➤ 功與能

1. 功的定義：力 \vec{F} 與其作用點位移 $\Delta\vec{r}$ 的內積 $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$ 。
2. 功的單位：焦耳〔J〕= 牛頓—公尺〔N·m〕
3. 功為純量，但有正負之分，其正負由 \vec{F} 與 $\Delta\vec{r}$ 的夾角 θ 決定。

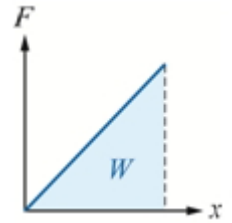


- (1) 夾銳角： $\theta < 90^\circ \rightarrow$ 作正功 $W > 0$
- (2) 夾鈍角： $\theta > 90^\circ \rightarrow$ 作負功 $W < 0$
- (3) 夾直角： $\theta = 90^\circ \rightarrow$ 不作功 $W = 0$
4. 數個力對同一物體作功，所作的功有正有負時，合作功取純量和，及正、負功可以相消。
5. $\Delta\vec{r} = 0$ 或 $\theta = 90^\circ$ 時，力所作的功為零。
6. 功的計算
 - (1) 定力作功： $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$ (直接計算)
 - (2) 重力作功：
 - 地表重力作功：， h 代表物體升降的高度，與物體運動路徑無關。
 - 重力作正功 \Rightarrow 位能減少；重力作負功 \Rightarrow 位能增加

(3) 一直線上變力作功： $W = F \cdot x$ 函數圖形面積，如右圖。

(4) 量值一定的切線力作功：

$$W = F_t \cdot S, \text{ 其中 } S \text{ 代表路程}$$



7. **動能**的定義：物體因其運動狀態所具有的能量（作功的能力），公式為：

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow \text{動量量值 } P = mv = \sqrt{2mK}$$

各物理量單位：

質量 m ：kg、速度 v ：m/s、動能 K ：焦耳 = $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$

動量 P ：kg · m/s

8. **動能**的性質：

- (1) 為一純量，且恆為正值 ($K \geq 0$)。
- (2) 為一瞬時量，隨物體運動的瞬時速率 v 而改變。
- (3) 為一相對量，會因參考坐標不同而異。

9. **功能定理**：功與動能的關係。

(1) 意義：物體受所有力作用的淨功，等於其動能的變化。

(2) 公式： $\Sigma \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r}_i = W_{\text{合}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$ (純量方程式)

10. **解題步驟**：

- (1) 選定對象物體 m ，與其初動能 K_0 、末動能 K 。
- (2) 分析物體受力情況，與確認其經過一段路線軌跡的過程。
- (3) 列出符合條件的功能定理方程式。

11. 計算**動能**時只須注意物體運動速率的快慢，但計算**動量**時須兼顧其量值與方向。

12. **衝量定理**：物體所受合外力作用的衝量，等於其動量的變化。

(1) 公式： $\Sigma \vec{F}_i \Delta t_i = \vec{J}_{\text{合}} = \Delta \vec{P} = m\Delta \vec{v} = m(\vec{v} - \vec{v}_0)$ (向量方程式)

(2) 其意義為物體的動量變化，等於其所受到的淨衝量（總衝量）。

13. **功率**的定義：單位時間內所作的功。

(1) 公式： $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\text{功}}{\text{時間}}$

(2) 單位：**瓦特**(W, Watt) = (J/s, 焦耳/秒)。

14. **功率**的計算：

(1) 平均功率： $\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \bar{F} \cdot \bar{v}_a$ (力×平均速度)

(2) 瞬時功率： $P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \bar{F} \cdot \bar{v}$ (力×瞬時速度)

(3) 計算機械出力作功的功率：由功率 $P = F \cdot v$ 判斷。

(4) 功能定理與功率：

- 公式： $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta E_k}{\Delta t}$ (平均) = $\frac{dE_k}{dt}$ (瞬時)

- 意義：物體所獲得的功率=物體的動能時變率。

15. 能量與功率：

能量 E

(1) 功率的一般定義： $P = \frac{\text{能量 } E}{\text{時間 } t}$ ，故能量 $E = \text{功率 } P \times \text{時間 } t$

(2) 能量的另一單位：1 千瓦小時 [kW/h] = 3.6×10^6 [J] = 1 度(電能)

16. 保守力：

(1) 定義：若一力對於在兩位置間運動的質點(物體)所作的功，只與前後兩位置有關，而與其所經過的路線途徑無關，則此力為保守力；如：重力、靜電力、彈力皆為保守力。故保守力沿一封閉路線回到原出發點，此力作功必為零。

(2) 公式： $W_{\text{保}} = U_{\text{起}} - U_{\text{終}} = -\Delta U$

- $W_{\text{保}} > 0 \Rightarrow U_{\text{起}} > U_{\text{終}}$ (位能減少)

- $W_{\text{保}} < 0 \Rightarrow U_{\text{起}} < U_{\text{終}}$ (位能增加)

- $W_{\text{保}} = 0 \Rightarrow U_{\text{起}} = U_{\text{終}}$ (位能不變)

17. 均勻重力場(地表附近)中的重力位能：

(1) 公式： $U_g = mgh$ ；其中 h 為零位面的高度差，在零位面上方 h 取正值，在零位面以下 h 取負值。

(2) 性質：位能為一相對量，解題時以選定方便解題的零位面為主，通常以地面為零位面。

18. 由功能定理到力學能守恆的觀念演變：

(1) 分析：

$$\Sigma \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r}_i = W_{\text{合}} = \Delta K = W_{\text{非保}} + W_{\text{保}} \Rightarrow W_{\text{非保}} = -W_{\text{保}} + \Delta K = \Delta U + \Delta K = \Delta E$$

(2) 公式：

$$W_{\text{非保}} = \Delta U + \Delta K = \Delta E \quad (\text{與功能定理 } W_{\text{合}} = \Delta K = W_{\text{非保}} + W_{\text{保}} \text{ 同義})$$

(3) 意義：非保守力對物體所作的淨功，等於物體力學能的變化量。

(4) 討論：由 $W_{\text{非保}} = \Delta U + \Delta K = \Delta E$

- $\Delta U = 0 \Rightarrow W_{\text{非保}} = \Delta K$ (外力做功改變動能)
- $\Delta K = 0 \Rightarrow W_{\text{非保}} = \Delta U = -W_{\text{保}}$ (外力反抗保守力做功)
- $W_{\text{非保}} = 0 \Rightarrow \Delta U + \Delta K = \Delta E = 0$ (力學能守恆)

19. 利用力學能守恆解題：

(1) 鉛直圓周運動，如右圖：

- 列出相符的力學能守恆計算式，求出物體動能：

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgr(1 - \cos \theta)$$

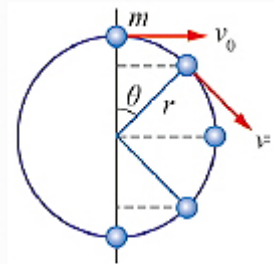
- 求出物體速率： $v = \sqrt{v_0^2 + 2gr(1 - \cos \theta)}$

- 求出物體所受向心力：

$$F_c = m \frac{v^2}{r} = \frac{2E_k}{r} = m \frac{v_0^2}{r} + 2mg(1 - \cos \theta)$$

- 求出張力 (進行力的分析)：

$$F_c = mg \cos \theta + T \Rightarrow \text{張力 } T = m \frac{v_0^2}{r} + mg(2 - 3 \cos \theta)$$



(2) 大角度的單擺運動，如右圖 (幅角 θ_0 ，擺長 ℓ ，擺錘 m)：

- 列出相符的力學能守恆計算式，求出物體動能：

$$E = mg\ell(1 - \cos \theta_0) = mg\ell(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}mv^2$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = mg\ell(\cos \theta - \cos \theta_0)$$

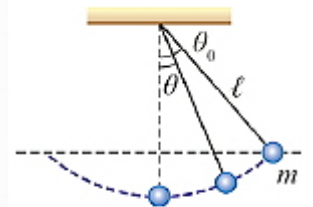
- 求出物體速率： $v = \sqrt{2g\ell(\cos \theta - \cos \theta_0)}$

- 求出物體所受向心力：

$$F_c = m \frac{v^2}{\ell} = 2mg(\cos \theta - \cos \theta_0)$$

- 求出張力 (進行力的分析)：

$$T = F_c + mg \cos \theta \Rightarrow \text{張力 } T = mg(3 \cos \theta - 2 \cos \theta_0)$$



20. 彈力位能：

(1) 虎克定律： $\vec{F} = -k\vec{x}$

(2) 公式： $U_s = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}Fx = \frac{F^2}{2k} = F-x$ 函數圖形面積

(3) 單位：力 F [N]；彈力常數 k [N/m]；變形量 $x = \ell - \ell_0$ [m]；位能 U_s [J]

(4) 討論：

- 當 $x = 0 \Rightarrow U_s = 0$ ，以彈簧自然長度 ℓ_0 (原長) 為零位面。
- $U_s \geq 0$ 與拉伸或壓縮彈簧無關。
- 位能儲存於彈簧中，又稱**形變位能** (畸變位能)。

21. 水平面彈力系統的力學能守恆：

(1) 力、運動與能量現象分析：

彈簧	水平面彈力系統	物體	彈力系統
位能 U_s		動能 K	$U_s + K = \text{定值}$
0		$\frac{1}{2}mv_0^2$	$\frac{1}{2}mv_0^2$
$\frac{1}{2}kx^2$		$\frac{1}{2}mv^2$	$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$
$\frac{1}{2}kR^2$		0	$\frac{1}{2}kR^2$
$\frac{1}{2}kx'^2$		$\frac{1}{2}mv'^2$	$\frac{1}{2}kx'^2 + \frac{1}{2}mv'^2$
0	$\frac{1}{2}mv_0^2$	$\frac{1}{2}mv_0^2$	

(2) 力學能守恆公式 (以平衡點為零位面)：

$$\text{力學能 } E = \frac{1}{2}kR^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \text{定值}$$

22. 重力定律（萬有引力）與重力位能：

(1) 重力定律（萬有引力）：
$$F_g = \frac{GMm}{r^2}$$

(2) 重力加速度 \bar{g} （重力場強度）：

- 量值 $g = \frac{GM}{r^2}$ (R 表地球半徑, $r \geq R$ 即表物體在地表外)
- 方向：恆指向地心。

(3) 重力位能（萬有引力位能）公式：
$$U_g = -\frac{GMm}{r} \quad (U_g = 0 \text{ 且 } r \geq R)$$

(4) 討論：

- 位能為一相對量，須選擇零位面方能計算位能。
- 若為多質點系統，取代數和
 \Rightarrow 系統總位能 $U = U_{12} + U_{23} + U_{31} + \dots$ (共 C_2^N 項)

23. 衛星運動（考慮衛星 m 以半徑 r 的穩定圓形軌道環繞地球 M 運動）：

(1) 萬有引力 = 向心力 $\Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = F_c = ma_c$

(2) 向心加速度：
$$a_c = \frac{GM}{r^2} = g = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

(3) 速率：
$$v = \omega r = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

(4) 週期：
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

(5) 克卜勒第三定律：
$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = k \text{ (常數)}$$

(6) 重力位能：
$$U_g = -\frac{GMm}{r}$$

(7) 動能：
$$K = \frac{GMm}{2r} = \frac{1}{2} |U_g|$$

(8) 總力學能：
$$E = -\frac{GMm}{2r} = \frac{1}{2} U_g = -K$$

24. 物理量的因次：

- (1) 物理量可分為：基本量、導出量
- (2) 力學的基本量有長度、質量與時間。

- 長度因次以 L 表示
- 質量因次以 M 表示
- 時間因次以 T 表示。

(3) 物理量的因次，乃是將物理量單位表示成基本量因次的組合，以 $[]$ 表示。

- 速度的單位為 m/s ，則速度的因次為 $[v] = TL^{-1}$
- 弧度 (rad) 為零因次單位。

(4) 常見物理量列表：

物理量	SI 單位	因次
力	$\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$	LMT^{-2}
角速度	rad/s	T^{-1}
力矩	$\text{N} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	L^2MT^{-2}
動量	$\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}$	LMT^{-1}
衝量	$\text{N} \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}$	LMT^{-1}
功	$\text{J} = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	L^2MT^{-2}
動能	$\text{J} = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	L^2MT^{-2}
功率	$\text{W} = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$	L^2MT^{-3}

精選試卷及詳解



名師學院™

www.kut.com.tw

考試日期僅供參考

高二物理全功與能段考

範圍： 功與能

考試日期： 2014/03/19

適用年級： 高中二年級

適用科目： 物理

題型： 單選題：10題 多選題：5題

一、單選題

1.()

用繩子將質量為 m 公斤的木塊鉛直上提，並以 $\frac{g}{5}$ 的加速度上移 s 公尺的距離，則繩子對木塊所作的功為多少焦耳？（ g 為重力加速度）

- (A) $\frac{mgs}{5}$ (B) $-\frac{4mgs}{5}$ (C) $\frac{4mgs}{5}$ (D) $\frac{6mgs}{5}$

2.()

若斜拋一石頭達到最高點時的動能，為原發射時動能的 $\frac{3}{4}$ 倍，則石頭發射時的仰角為多少度？

- (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 53° (E) 37°

3.()

質量為 m 的行星在近日點時速度為 v_0 ，且其近日點與遠日點的距離比為 3 : 5，試問行星由近日點到遠日點的過程中，太陽對行星作功為何？

- (A) $\frac{8}{25}mv_0^2$ (B) $-\frac{8}{25}mv_0^2$ (C) $\frac{16}{25}mv_0^2$ (D) $-\frac{16}{25}mv_0^2$ (E) $\frac{3}{10}mv_0^2$

4.()

一質量為 2.0 公斤的物體，以 10 公尺／秒的速率在一光滑的水平面上運動，另有一與物體運動方向相反的力 4.0 牛頓作用於此物體上，使此物體的速率減少至 6.0 公尺／秒，則在此力作用的期間，物體移動的距離為多少公尺？

- (A) 24 (B) 20 (C) 16 (D) 14 (E) 12

5.()

一鉛直的圓周運動中，物體的質量為 2 公斤，最低點的速度為 16 公尺／秒，圓周的半徑為 4 公尺；若不計任何阻力，且繩子的質量可忽略不計，並設重力加速度 $g = 9.8$ 公尺／秒²，則物體在最高點時，繩子的張力為多少牛頓？

- (A) 0 (B) 20.2 (C) 19.6 (D) 30 (E) 49.6

6.()

一單擺擺錘的質量為 M ，擺繩為質量可忽略的細繩，其長度為 L 。今將擺錘由底端拉到繩子與鉛直線成 θ 角後才放開，求最低點的速率為何？

- (A) $\sqrt{gL \sin \theta}$ (B) $\sqrt{gL \cos \theta}$ (C) $\sqrt{2gL(1 - \cos \theta)}$
 (D) $\sqrt{2gL(1 - \sin \theta)}$ (E) $\sqrt{2gL}$

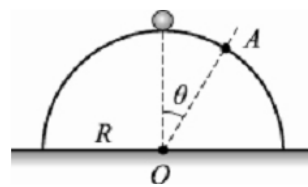
7. ()

一塊小石頭自地面被斜向拋射到空中然後落地，若不計空氣阻力，則對此過程的敘述，以下何者正確？

- (A) 石塊在最高點時，位能最大 (B) 石塊上升時，力學能持續增加
 (C) 石塊在落地瞬間，力學能最大 (D) 石塊落地時，加速度最大

8. ()

如附圖所示，一靜止的小物體自半徑為 R 的固定光滑半止下滑，而自 A 點滑離球體落至水平地面，求小物體落率為何？（重力加速度為 g ）

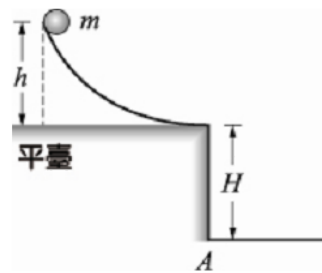


球頂端靜地時的速

- (A) $\frac{2}{3}gR$
 (B) $\sqrt{\frac{2}{3}gR}$ (C) $\sqrt{5gR}$
 (D) $\sqrt{3gR}$
 (E) $\sqrt{2gR}$

9. ()

如附圖所示，有一光滑的弧形軌道，置於距離地面高度上（該軌道的底端為水平）。質量為 m 的小質點，由高軌道頂端自由滑下，至軌道底端，即沿水平方向射出，地處與 A 點的距離為何？



為 H 的平臺於平臺 h 的則該質點著

- (A) $\sqrt{2hH}$
 (B) $2\sqrt{hH}$ (C) $\frac{1}{2}\sqrt{hH}$
 (D) $\sqrt{\frac{1}{2}hH}$
 (E) \sqrt{hH}

10. ()

一人造衛星的質量為 m ，繞質量為 M 的地球作等速圓周運動，且其軌道半徑為 r ，若訂定無窮遠處的重力位能為零，則該衛星的力學能為何？（設萬有引力常數為 G ）

- (A) $\frac{GMm}{r}$ (B) $-\frac{GMm}{2r}$ (C) $\frac{GMm}{2r}$ (D) $-\frac{GMm}{r}$

二、多選題

1. ()

下列哪些情況下做功為零？

- (A) 在水平的粗糙面上，沿一封閉圓軌道的切線方向推一物體，使物體等速繞行圓軌道一周時，推力所作的功
- (B) 火箭升空時，重力對火箭所作的功
- (C) 鉛球拋出後的飛行過程中，手對鉛球所作的功
- (D) 在下坡道時，手施力推嬰兒車，使嬰兒車作等速運動，手對嬰兒車所作的功
- (E) 錐動擺擺動時，重力對擺錘所作的功

2.()

下列敘述中，哪些是正確的？

- (A) 一火箭升空時，重力對火箭所作的功為零
- (B) 一物體沿粗糙的斜面下滑時，摩擦力對物體所作的功為零
- (C) 單擺擺動時，擺繩的張力對擺錘所作的功為零
- (D) 人造衛星繞地球半周時，萬有引力對衛星所作的功為零
- (E) 斜向拋射一物體時，自拋出至落回同一水平面的過程中，重力對物體所作的功為零

3.()

擺角為 60° 的單擺，擺長為 L ，擺錘的質量為 m ，重力加速度為 g ，則當擺錘擺至最低點時，下列敘述哪些正確？

- (A) 切線速率為 $\sqrt{2gL}$
- (B) 切線方向沒有加速度
- (C) 因為在最低點的速率最大，所以加速度為零
- (D) 擺繩的張力為 $3mg$
- (E) 擺錘所受的合力向上

4.()

將一彈簧壓縮 x 公尺長時，須施 F 牛頓的力，做功為 W 焦耳；若再壓縮 $\frac{x}{2}$ 公尺，則下列敘述哪些正確？

- (A) 須再施力 $\frac{F}{2}$
- (B) 須再做功 $\frac{3}{4}W$ 焦耳
- (C) 須再做功 $\frac{3}{8}Fx$ 焦耳
- (D) 須再做功 $\frac{5}{4}W$ 焦耳
- (E) 須再做功 $\frac{5}{8}Fx$ 焦耳

5.()

鉛直圓周運動的半徑為 L ，質量為 m 的質點在最低點的速度為 $6\sqrt{gL}$ ，如果每繞完 $\frac{1}{4}$ 圈，力學能就少 $\frac{mgL}{4}$ 焦耳，求下列敘述哪些正確？

- (A) 質點經過最高點的次數為 16 次
- (B) 質點最後一次通過最高點後，仍能沿圓周運動軌道滑到最低點
- (C) 質點在倒數第二次通過最高點時，向心力為 $3mg$
- (D) 一開始，質點在最低點所受的向心力為 $36mg$
- (E) 每繞一圈，質點在最低點所受的擺繩張力就減少 $1mg$

高二物理全功與能段考

範圍： 功與能

考試日期： 2014/03/19

適用年級： 高中二年級

適用科目： 物理

題型： 單選題：10題 多選題：5題

一、單選題

1. (D)

用繩子將質量為 m 公斤的木塊鉛直上提，並以 $\frac{g}{5}$ 的加速度上移 s 公尺的距離，則繩子對木塊

所作的功為多少焦耳？（ g 為重力加速度）

(A) $\frac{mgs}{5}$ (B) $-\frac{4mgs}{5}$ (C) $\frac{4mgs}{5}$ (D) $\frac{6mgs}{5}$

解析

對物體所作的功 = 施力 \times 物體的位移，設繩子的張力為 T ，

$$\text{則可列式得： } T - mg = m \times \frac{g}{5} \Rightarrow T = \frac{6}{5}mg$$

而木塊移動了 s m 的距離，所以可求出繩子對木塊所作的功 = $\frac{6}{5}mg \times s = \frac{6}{5}mgs$

2. (A)

若斜拋一石頭達到最高點時的動能，為原發射時動能的 $\frac{3}{4}$ 倍，則石頭發射時的仰角為多少度？

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 53° (E) 37°

解析

假設石頭的初速為 v_0 ，則在最高點時石頭只有水平方向的速度 $v_0 \cos \theta$ ，

$$\text{由動能 } E = \frac{1}{2}mv^2, \text{ 可列出動能比爲： } \frac{\frac{1}{2}m(v_0 \cos \theta)^2}{\frac{1}{2}mv_0^2} = \frac{3}{4} = \cos^2 \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

3. (B)

質量為 m 的行星在近日點時速度為 v_0 ，且其近日點與遠日點的距離比為 3 : 5，試問行星由近日點到遠日點的過程中，太陽對行星作功為何？

(A) $\frac{8}{25}mv_0^2$ (B) $-\frac{8}{25}mv_0^2$ (C) $\frac{16}{25}mv_0^2$ (D) $-\frac{16}{25}mv_0^2$ (E) $\frac{3}{10}mv_0^2$

解析

由克卜勒行星運動第二定律可知 $r_{\text{近}}v_{\text{近}} = r_{\text{遠}}v_{\text{遠}}$ ，

又 $r_{\text{近}} : r_{\text{遠}} = 3 : 5$ ，所以可得： $v_{\text{近}} : v_{\text{遠}} = 5 : 3 \Rightarrow v_{\text{遠}} = \frac{3}{5}v_{\text{近}}$ ，

又由功等於動能的變化，可列式得： $W = \Delta E_k = \frac{1}{2}m\left(\frac{3}{5}v_0\right)^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{8}{25}mv_0^2$

4. (C)

一質量為 2.0 公斤的物體，以 10 公尺／秒的速率在一光滑的水平面上運動，另有一與物體運動方向相反的力 4.0 牛頓作用於此物體上，使此物體的速率減少至 6.0 公尺／秒，則在此力作用的期間，物體移動的距離為多少公尺？

(A) 24 (B) 20 (C) 16 (D) 14 (E) 12

解析

由功能定理可知，此力所作的功等於物體動能的變化量，

設此物體所移動的距離為 S m，則可列式得： $W = \Delta E_k \Rightarrow FS = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$ ，

由於此力的方向與物體運動的方向相反，故作負功，可得：

$$-FS = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \Rightarrow -4 \times S = \frac{1}{2} \times 2 \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \Rightarrow S = 16 \text{ [m]}$$

5. (D)

一鉛直的圓周運動中，物體的質量為 2 公斤，最低點的速度為 16 公尺／秒，圓周的半徑為 4 公尺；若不計任何阻力，且繩子的質量可忽略不計，並設重力加速度 $g = 9.8$ 公尺／秒²，則物體在最高點時，繩子的張力為多少牛頓？

(A) 0 (B) 20.2 (C) 19.6 (D) 30 (E) 49.6

解析

設物體在最高點的速度為 v ，則 $v^2 = 16^2 - 2 \times 9.8 \times (2 \times 4) = 256 - 156.8 = 99.2$ ，

設繩子的張力為 T ，則物體在最高點時： $T + mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow T = m\left(\frac{v^2}{r} - g\right) = 2 \times \left(\frac{99.2}{4} - 9.8\right) = 30$ [

N]

6. (C)

一單擺擺錘的質量為 M ，擺繩為質量可忽略的細繩，其長度為 L 。今將擺錘由底端拉到繩子與鉛直線成 θ 角後才放開，求最低點的速率為何？

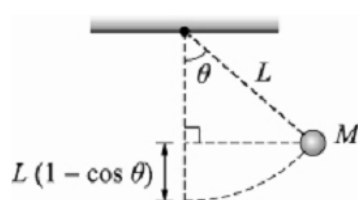
(A) $\sqrt{gL \sin \theta}$ (B) $\sqrt{gL \cos \theta}$ (C) $\sqrt{2gL(1 - \cos \theta)}$

(D) $\sqrt{2gL(1 - \sin \theta)}$ (E) $\sqrt{2gL}$

解析

如圖所示，由力學能守恆分析可得，擺錘位置上升所
能，在下降至最低點時轉換為動能，
故可列式得：

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta)}$$



獲得的位

7. (A)

一塊小石頭自地面被斜向拋射到空中然後落地，若不計空氣阻力，則對此過程的敘述，以下何者正確？

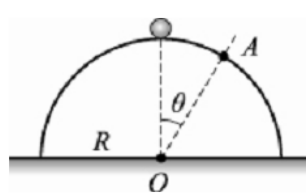
- (A) 石塊在最高點時，位能最大 (B) 石塊上升時，力學能持續增加
(C) 石塊在落地瞬間，力學能最大 (D) 石塊落地時，加速度最大

解析

(A) 由力學能守恆：石塊的位能 + 動能 = 定值，又石頭到達最高點時速度為零，故動能為零，因此在此時石塊的位能最大；(B)(C) 由力學能守恆可知，石塊在整個上升及下降的過程中，力學能皆保持一定值不會改變；(D) 石塊在整個運動過程中只受重力作用，故加速度恆為定值，即為重力加速度。

8. (E)

如附圖所示，一靜止的小物體自半徑為 R 的固定光滑半
止下滑，而自 A 點滑離球體落至水平地面，求小物體落
率為何？（重力加速度為 g ）



球頂端靜
地時的速

- (B) $\sqrt{\frac{2}{3}gR}$ (C) $\sqrt{5gR}$
(E) $\sqrt{2gR}$

- (A) $\frac{2}{3}gR$
(D) $\sqrt{3gR}$

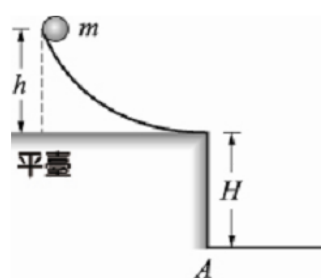
解析

小物體滑落的過程中，因光滑半球面對其產生的正向力，始終與其行進的方向垂直，故不作功，所以小物體全程只受重力作用，可以由力學能守恆推算小物體落地時的速率：

$$0 + mgR = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \Rightarrow v = \sqrt{2gR}$$

9. (B)

如附圖所示，有一光滑的弧形軌道，置於距離地面高度
上（該軌道的底端為水平）。質量為 m 的小質點，由高
軌道頂端自由滑下，至軌道底端，即沿水平方向射出，
地處與 A 點的距離為何？



為 H 的平臺
於平臺 h 的
則該質點著

- (B) $2\sqrt{hH}$ (C) $\frac{1}{2}\sqrt{hH}$
(E) \sqrt{hH}

- (A) $\sqrt{2hH}$
(D) $\sqrt{\frac{1}{2}hH}$

解析

設小質點由光滑軌道滑出時的速率為 v ，由力學能守恆： $mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

而小質點離開光滑軌道後作水平拋射運動，可得： $H = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ ，所以水平方向的位

$$\text{移} = vt = \sqrt{2gh} \times \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2\sqrt{hH}$$

10. (B)

一人造衛星的質量為 m ，繞質量為 M 的地球作等速圓周運動，且其軌道半徑為 r ，若訂定無窮遠處的重力位能為零，則該衛星的力學能為何？（設萬有引力常數為 G ）

- (A) $\frac{GMm}{r}$ (B) $-\frac{GMm}{2r}$ (C) $\frac{GMm}{2r}$ (D) $-\frac{GMm}{r}$

解析

人造衛星所受地球的萬有引力提供其作圓周運動的向心力，故可列式得： $\frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ ，所

以衛星的動能 $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r}$ ，訂定無窮遠處的重力位能為零，故衛星的重力位能為

$$-\frac{GMm}{r}，\text{可得衛星的力學能 } E = \text{動能} + \text{位能} = \frac{GMm}{2r} + \left(-\frac{GMm}{r}\right) = -\frac{GMm}{2r}$$

二、多選題

1. (C;E)

下列哪些情況下做功為零？

- (A) 在水平的粗糙面上，沿一封閉圓軌道的切線方向推一物體，使物體等速繞行圓軌道一周時，推力所作的功
(B) 火箭升空時，重力對火箭所作的功
(C) 鉛球拋出後的飛行過程中，手對鉛球所作的功
(D) 在下坡道時，手施力推嬰兒車，使嬰兒車作等速運動，手對嬰兒車所作的功
(E) 錐動擺擺動時，重力對擺錘所作的功

解析

(A) 物體在粗糙平面上運動，故受有摩擦力作用，而推力使物體沿圓軌道等速繞行，故推力做功 = 摩擦力做功，推力做功不為零；(B) 火箭升空時，其運動方向與重力作用的方向相反，故重力作負功；(C) 鉛球在飛行過程中，手對鉛球沒有施力，故做功為零；(D) 手施力推嬰兒車作等速運動，故手施力不為零；(E) 錐動擺在平面上運動，鉛直方向沒有位移，故重力做功為零。

2. (C;E)

下列敘述中，哪些是正確的？

- (A) 一火箭升空時，重力對火箭所作的功為零
- (B) 一物體沿粗糙的斜面下滑時，摩擦力對物體所作的功為零
- (C) 單擺擺動時，擺繩的張力對擺錘所作的功為零
- (D) 人造衛星繞地球半周時，萬有引力對衛星所作的功為零
- (E) 斜向拋射一物體時，自拋出至落回同一水平面的過程中，重力對物體所作的功為零

解析

(A) 火箭升空時，其運動方向與重力作用的方向相反，故重力作負功；(B) 物體運動方向與摩擦力作用的方向相反，故摩擦力作負功；(C) 擺繩張力的方向總是與擺錘的運動方向垂直，故擺繩張力作功為零；(D) 人造衛星繞地球半周時，因受引力作用，位置改變而有位移，故引力做功不為零；當衛星繞地球一周回到原位置時，引力做功便為零；(E) 物體作斜向拋射運動而落回同一水平面時，因鉛直方向沒有位移，故重力做功為零。

3. (B;E)

擺角為 60° 的單擺，擺長為 L ，擺錘的質量為 m ，重力加速度為 g ，則當擺錘擺至最低點時，下列敘述哪些正確？

- (A) 切線速率為 $\sqrt{2gL}$
- (B) 切線方向沒有加速度
- (C) 因為在最低點的速率最大，所以加速度為零
- (D) 擺繩的張力為 $3mg$
- (E) 擺錘所受的合力向上

解析

(A) 當擺錘擺至最低點時，其位能轉變成動能，由力學能守恆可得：

$$mgL \times (1 - \cos 60^\circ) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{gL} ;$$

- (B) 當擺錘擺至最低點時，切線方向即為水平方向，所受擺繩張力和重力皆為垂直方向的力，故切線方向沒有加速度；
- (C) 擺錘在最低點時仍作圓周運動，故仍受向心力作用，所以有方向向上的加速度；
- (D) 令擺繩的張力為 T ，則 $T - mg = m \frac{v^2}{L}$ ，故 $T = mg + m \frac{v^2}{L} = mg + m \frac{gL}{L} = 2mg$ ；
- (E) 擺錘在最低點受向上的向心力作用而維持圓周運動，故合力向上。

4. (A;D;E)

將一彈簧壓縮 x 公尺長時，須施 F 牛頓的力，做功為 W 焦耳；若再壓縮 $\frac{x}{2}$ 公尺，則下列敘述哪些正確？

- (A) 須再施力 $\frac{F}{2}$
- (B) 須再做功 $\frac{3}{4}W$ 焦耳
- (C) 須再做功 $\frac{3}{8}Fx$ 焦耳
- (D) 須再做功 $\frac{5}{4}W$ 焦耳
- (E) 須再做功 $\frac{5}{8}Fx$ 焦耳

解析

(A) 如圖所示，施力與彈簧的壓縮量成正比，

故可知若欲再壓縮 $\frac{x}{2}$ m，

則須再施力 $\frac{3}{2}F - F = \frac{1}{2}F$ ；

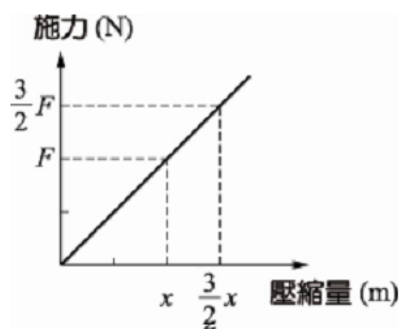
(B)(C)(D)(E) 由 $W = FS$ 可知，

圖形下的面積即為作功，

故須再作的功

$$= \frac{1}{2} \times (F + \frac{3}{2}F) \times \frac{x}{2} = \frac{5}{8}Fx，$$

$$\text{又 } W = \frac{1}{2}Fx，\text{ 所以須再作功 } \frac{5}{8}Fx = \frac{5}{4}W$$



5. (A;C;D)

鉛直圓周運動的半徑為 L ，質量為 m 的質點在最低點的速度為 $6\sqrt{gL}$ ，如果每繞完 $\frac{1}{4}$ 圈，力

學能就少 $\frac{mgL}{4}$ 焦耳，求下列敘述哪些正確？

- (A) 質點經過最高點的次數為 16 次
- (B) 質點最後一次通過最高點後，仍能沿圓周運動軌道滑到最低點
- (C) 質點在倒數第二次通過最高點時，向心力為 $3mg$
- (D) 一開始，質點在最低點所受的向心力為 $36mg$
- (E) 每繞一圈，質點在最低點所受的擺繩張力就減少 $1mg$

解析

(A) 設質點第一次達最高點的速率爲 v_1 ，由力學能守恆，可列式得：

$$\frac{1}{2}m(6\sqrt{gL})^2 - 2 \times \frac{mgL}{4} = mg(2L) + \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{31gL} ,$$

設質點可經過最高點的次數爲 N 次，而質點在最高點時，若欲維持圓周運動，

則由 $mg = m\frac{v^2}{L}$ ，可知質點在最高點時速率 v 不可小於 \sqrt{gL} ，故可列式：

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - N(4 \times \frac{mgL}{4}) \geq \frac{1}{2}m(\sqrt{gL})^2 \Rightarrow N = 15 ,$$

所以經過最高點的次數爲 $N + 1 = 16$ 次；

(B) 質點最後一次達到最高點的速率爲 \sqrt{gL} ，但因受摩擦力作用，所以質點無法沿軌道滑至最低點；

(C) 設質點在倒數第二次通過最高點時速率爲 v' ，而倒數第一次通過最高點時速率爲 \sqrt{gL} ，

則可列式得： $\frac{1}{2}mv'^2 - 1 \times (4 \times \frac{mgL}{4}) = \frac{1}{2}m(\sqrt{gL})^2 \Rightarrow v'^2 = 3gL$ ，

故此時向心力 $= m\frac{v'^2}{L} = m\frac{3gL}{L} = 3mg$ ；

(D) 一開始質點在最低點所受的向心力 $= m\frac{(6\sqrt{gL})^2}{L} = m\frac{36gL}{L} = 36mg$ ；

(E) 質點每轉一圈，力學能便減少 $4 \times \frac{mgL}{4} = mgL$ ，此爲所減少的動能 ΔE_k ，

設擺繩的張力爲 T ，則可列式得： $T - mg = m\frac{v^2}{L} \Rightarrow T = mg + m\frac{v^2}{L}$ ，

故擺繩張力每繞一圈減少的量 ΔT 爲：

$$\Delta T = mg + m\frac{v_N^2}{L} - (mg + m\frac{v_{N-1}^2}{L}) = \frac{m}{L}(v_N^2 - v_{N-1}^2) = \frac{2\Delta E_k}{L} = 2mg$$