段考錦囊

年級：國中二年級

範圍：下學期第二次段考

科目：數學

重點整理

一、一分鐘準備段考

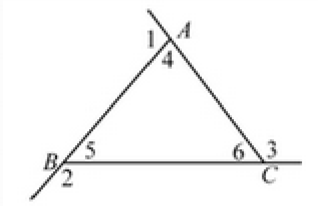
- 清楚定義，能自己推導公式
- 動手做題目，然後修正錯誤
- 多做題目，培養對題型的解題感覺
- 利用名師學院系列產品，反覆觀看、補強弱點

二、重點回顧

三角形的內角與外角

(一)內角、外角

△ABC中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 稱為 ΔABC 的三內角，而與內角互補的鄰角稱為外角。



1. 外角和

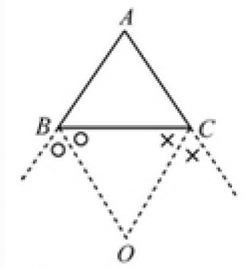
任一三角形的三外角和皆為 360°

如右圖，$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360°$

2. 內角和

任一三角形的三內角和皆為 180°

如右圖，$\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180°$

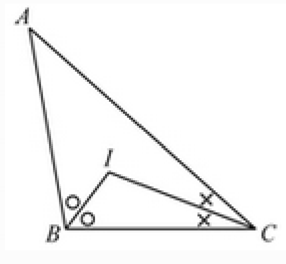


3. 三角形兩外角平分線所夾的度數公式：

如右圖，

ΔABC 中$\angle B$ 與$\angle C$ 兩外角的平分線相交於 O 點

則$\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$



4. 三角形兩內角平分線所夾的度數公式：

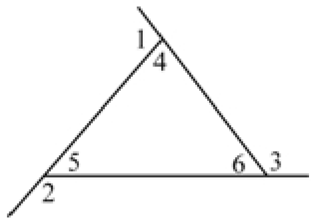
如右圖，

ΔABC 中 $\angle B$ 與$\angle C$ 兩內角的平分線相交於 I 點

則$\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$

(二)外角定理

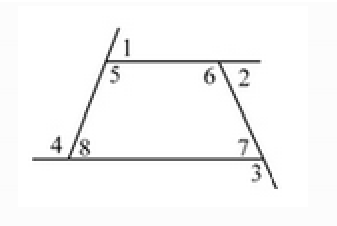
三角形的外角定理：
三角形任一外角 = 其他兩內對角的和
如右圖，
$\angle 1=\angle 5+\angle 6$，$\angle 2=\angle 4+\angle 6$，$\angle 3=\angle 4+\angle 5$



➢ N 邊形的內角和、外角和

(一)四邊形的內角和與外角和

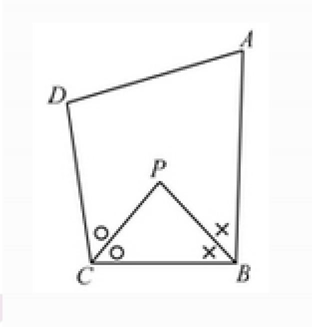
1. 四邊形外角和定理：
任意四邊形的四個外角和皆為 360°
如右圖，$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=360^\circ$



2. 四邊形內角和定理：
任意四邊形的四個內角和皆為 360°
如右圖,$\angle 5+\angle 6+\angle 7+\angle 8=360^\circ$

3. 四邊形兩相鄰內角平分線所夾的度數公式：
如右圖，$\angle B$與$\angle C$的內角平分線交於P 點，
則

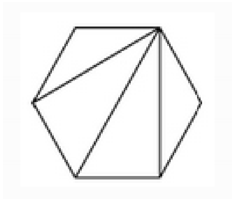
$$\angle BPC=\frac{1}{2}(\angle A+\angle D)$$



(二) N 邊形的內角和與外角和

1. 內角和

(1) 如右圖的 N 邊形中，選擇其中一頂點，
可作 $(N-3)$ 條對角線，可形成 $(N-2)$ 個三角形。



(2) N 邊形的內角和 $=(N-2)$ 個三角形的內角和
$=(N-2)\times 180^\circ$

$\therefore$正 N 邊形的任一內角 $=\dfrac{(N-2)\times 180^\circ}{N}$

2. 外角和

(1) N 邊形的外角和定理：任意 N 邊形的一組外角和 $=360°$

正 N 邊形每一個外角 $=\dfrac{360°}{N}$

$\therefore$正 N 邊形每一個內角 $=180°-\dfrac{360°}{N}$

(2) 若正 N 邊形的每一個外角為 $x°$，則 $N=\dfrac{360}{x}$

➢ 全等性質

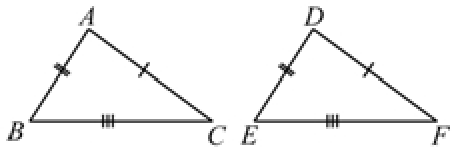
(一)SSS 全等性質

如果兩個三角形的三邊對應相等，這兩個三角形就會全等，稱為 **SSS 全等性質**。

如右圖，ΔABC 與 ΔDEF 中

$\because \overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{AC}=\overline{DF}$，$\overline{BC}=\overline{EF}$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$ (SSS)



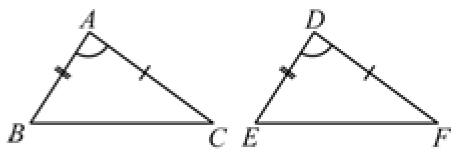
(二)SAS 全等性質

若兩個三角形的兩邊及它們的夾角對應相等，這兩個三角形就會全等，稱為 **SAS 全等性質**。

如右圖，ΔABC 與 ΔDEF 中

$\because \overline{AB}=\overline{DE}$，$\angle A=\angle D$，$\overline{AC}=\overline{DF}$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$ (SAS)



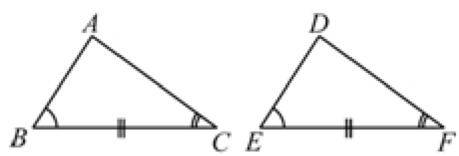
(三)ASA 全等性質

若兩個三角形的兩角及它們的夾邊對應相等，這兩個三角形就會全等，稱為 **ASA 全等性質**。

如右圖，ΔABC 與 ΔDEF 中

$\because \angle B=\angle E$，$\overline{BC}=\overline{EF}$，$\angle C=\angle F$

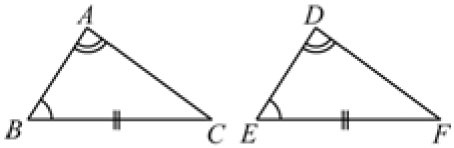
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$ (ASA)



(四)AAS 全等性質

如果兩個三角形的兩角與其中一個角的對應邊對應相等，這兩個三角形就會全等，稱為 **AAS 全等性質**。

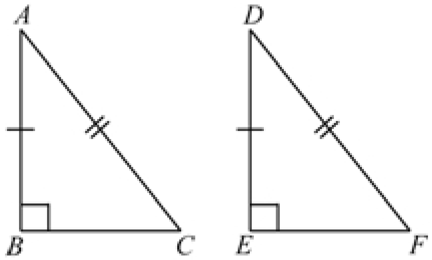
如右圖，ΔABC 與 ΔDEF 中
$\because \angle A=\angle D$，$\angle B=\angle E$，$\overline{BC}=\overline{EF}$
$\therefore \Delta ABC\cong\Delta DEF$ (AAS)



(五)RHS 全等性質

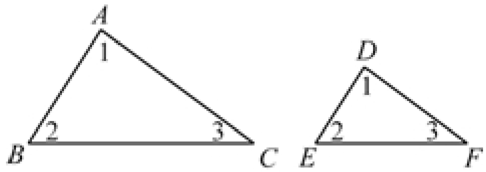
當兩個直角三角形的斜邊與一股對應相等時，這兩個三角形會全等，稱為 **RHS 全等性質**，其中 **R 代表直角，H 代表斜邊，S 代表股**。

如右圖，ΔABC 與 ΔDEF 中
$\because \angle B=\angle E=90°$，$\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{AC}=\overline{DF}$
$\therefore \Delta ABC\cong\Delta DEF$ (RHS，並非 SSA)

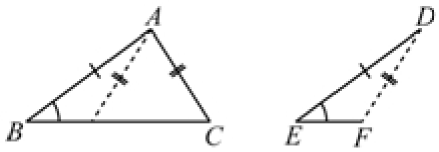


(六)不一定全等

(1) AAA 性質不能保證兩三角形全等。
如右圖，$\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle E$，
$\angle C=\angle F$，但 ΔABC 與 ΔDEF 不全等



(2) SSA 性質不能保證兩三角形全等。
如右圖，
$\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{AC}=\overline{DF}$，$\angle B=\angle E$
但 ΔABC 與 ΔDEF 不全等



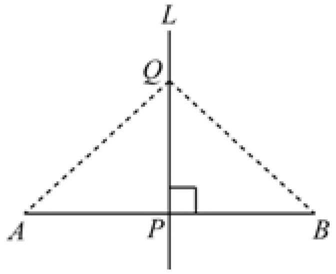
全等性質的應用

(一)垂直與中垂線

中垂線性質：
一線段的中垂線上任一點至此線段的兩端點距離相等。

如右圖，L 為$\overline{AB}$的中垂線，若Q點在L上，則

$\overline{QA}=\overline{QB}$

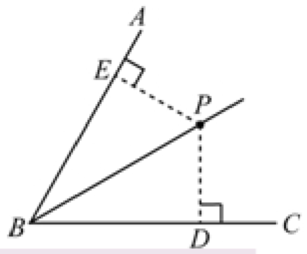


(二)角平分線

角平分線性質：
角平分線上任一點至兩邊的垂直距離相等。

如右圖，$\overline{BP}$為$\angle ABC$之平分線，且$\overline{PD}\perp\overline{BC}$，

$\overline{PE}\perp\overline{AB}$，則$\overline{PE}=\overline{PD}$



三角形邊長與邊角關係

(一)三角形的邊長關係

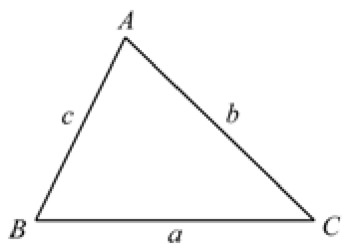
三角形邊的不等關係：
三角形任意兩邊之和大於第三邊，兩邊之差小於第三邊。

如右圖，ΔABC中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$所對的邊長分別為a、b、c，則：

(1)$a+b>c$，$b+c>a$，$c+a>b$

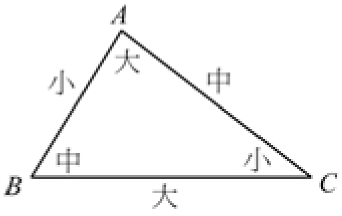
(2) $|a-b|<c$，$|b-c|<a$, $|c-a|<b$

(3) 兩邊之差 < 第三邊 < 兩邊之和



(二)三角形的邊角關係

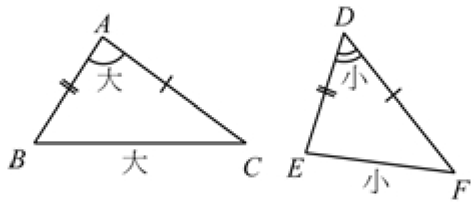
一個三角形中，若有兩個角不相等，
則大角對大邊，小角對小邊，等角對等邊。



(三)樞紐性質

兩個三角形中，若有兩對應邊相等，則這兩個對應邊的夾角愈大，所對應的第三邊就愈大。 如右圖，$\overline{AB}=\overline{DE}$ ，$\overline{AC}=\overline{DF}$ ，

則$\overline{BC}=\overline{EF}$



精選試卷及詳解

考試日期僅供參考

國二數學（2）第三單元三角形的基本性質段考

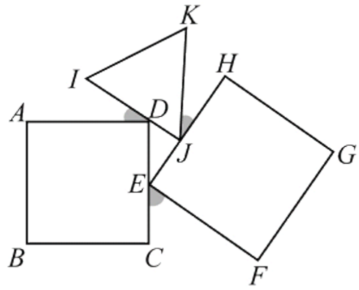
範圍：	三角形的基本性質	考試日期：	2014/03/05
適用年級：	國中二年級	適用科目：	數學
題型：	單選題：20題		

一、單選題

1.(　)

右圖為正方形$ABCD$、$EFGH$與正三角形IJK的位置圖，其中D、E、J 三點分別在$\overline{IJ}$、$\overline{CD}$、$\overline{EH}$ 上。若$\angle CEF = 55°$，則$\angle IDA$與$\angle KJH$的角度和為何？

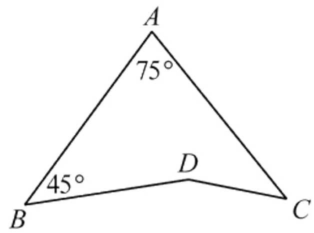
(A) 55°　(B) 60°　(C) 65°　(D) 70°



2.(　)

$ABCD$為一凹四邊形，已知$\angle A = 75°$，$\angle B = 45°$，$\angle BDC = 4\angle C$，則$\angle C = $？

(A) 20°　(B) 30°　(C) 35°　(D) 40°



3.(　)

已知三角形的一組外角中，有一個角是140°，則下列何者不可能是此三角形的內角度數？

(A) 45°　(B) 60°　(C) 90°　(D) 140°

4.(　)

已知小娟家的地板全由同一形狀且大小相同的地磚緊密地舖成。若此地磚的形狀是一正多邊形，則下列何者不可能是此地磚的形狀？

(A) 正三角形　(B) 正方形　(C) 正五邊形　(D) 正六邊形

5.(　)

有關於n邊形內角和與外角和的敘述，下列正確的有幾項？

(甲)內角和與n有關

(乙)外角和與n有關

(丙)外角和隨著n值增大而變大

(丁)內角和隨著n值增大而變小

(A) 1項　(B) 2項　(C) 3項　(D) 以上皆非

6.(　)

若一個六邊形的每一外角度數皆為整數，則下列何者可能是此六邊形外角度數的比？

(A) 1：2：3：4：5：6　(B) 2：3：4：5：6：7

(C) 4：5：6：7：8：9　(D) 5：6：7：8：9：10

7.(　)

下列敘述何者正確？

(甲)邊數相同的凸多邊形，對角線總數相同

(乙)正八邊形的外角和小於正十二邊形的外角和

(丙)五邊形每一內角皆為108°

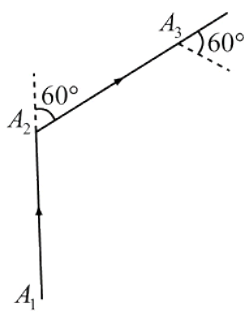
(丁)若一多邊形的內角和與外角和相同，則此多邊形必為四邊形

(A) 甲、乙　(B) 甲、丙　(C) 甲、丁　(D) 甲、丙、丁

8.(　)

如右圖，大毛從A_1點出發，走了8公尺到達A_2點，向右轉$60°$後，再走8公尺到A_3點，一樣右轉$60°$後，依此規律一直走下去。請問大毛走到下列哪一點時，與A_1點的距離最遠？此距離為多少公尺？

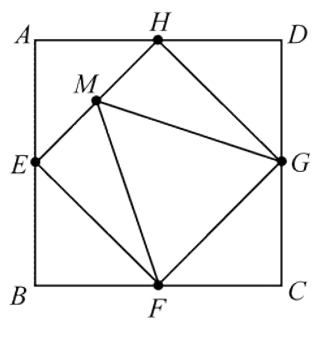
(A) A_9，8　(B) A_{11}，24　(C) A_{10}，16　(D) A_{12}，20



9.(　)

如圖，四邊形$ABCD$為一正方形，E、F、G、H為四邊中點。若M為$\overline{EH}$中點，$\overline{MF}=4$，則ΔMFG面積為何？

(A) $2\sqrt{3}$　(B) $4\sqrt{3}$　(C) $\frac{32}{5}$　(D) $\frac{32}{9}$



10.(　)

若A、B、C三點不共線，O為$\overline{AB}$與$\overline{BC}$的垂直平分線的交點，且$\overline{OB}=12$公分，則$\overline{OA}+\overline{OC}$為多少公分？

(A) 20　(B) 22　(C) 24　(D) 26

11.(　)

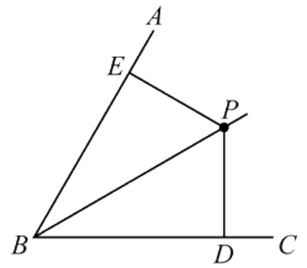
如圖，P是$\angle ABC$內之一點，由P作兩線段$\overline{PE}$、$\overline{PD}$，已知$\overline{PE}=\overline{PD}$，則加上下列選項中哪一個條件時，並不能證明「$P$在$\angle ABC$的角平分線上」？

(A) $\angle BEP=\angle BDP=90°$

(B) $\overline{BE}=\overline{BD}$

(C) $\angle EPB=\angle DPB$

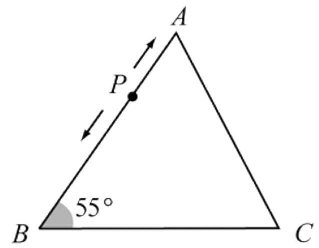
(D) 以上條件都可以證明P在$\angle ABC$的角平分線上



12.(　)

如圖，在ΔABC中，$\overline{AB}=\overline{BC}$、$\angle B=55°$。若有一點$P$在$\overline{AB}$上移動，則$\angle BPC$可能是下列哪一個角度？

(A) 55°　(B) 60°　(C) 80°　(D) 130°



13.(　)

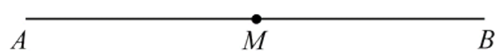
如圖(一)，AB爲一條拉直的繩子，M爲此繩子的中點。若以$\overline{AB}$爲周長，A爲頂點，將繩子圍成ΔAXY，如圖(二)所示，則關於M點在ΔAXY上的位置，下列敘述何者正確？

(A) 在$\overline{XY}$的中點上

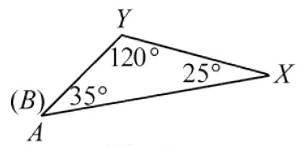
(B) 在$\overline{AX}$上，且距X點較近，距A點較遠

(C) 在$\overline{XY}$上，且距X點較近，距Y點較遠

(D) 在$\overline{XY}$上，且距Y點較近，距X點較遠



圖(一)



圖(二)

14.(　)

已知有長3公分、6公分之兩線段，下列敘述何者錯誤？

(A) 若另有一長爲3公分的線段，則此三線段可構成等腰三角形

(B) 若另有一長爲6公分的線段，則此三線段可構成等腰三角形

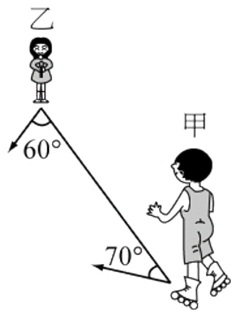
(C) 若另有一長爲$3\sqrt{3}$公分的線段，則此三線段可構成直角三角形

(D) 若另有一長爲$3\sqrt{5}$公分的線段，則此三線段可構成直角三角形

15.(　)

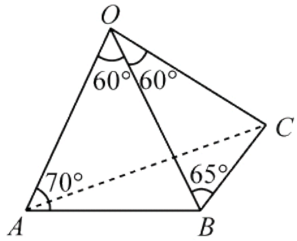
如圖，甲、乙兩人在同一水平面上溜冰，且乙在甲的正東方200公尺處。已知甲、乙分別以東偏北$70°$、西偏北$60°$的方向直線滑行，而後剛好相遇，因而停止滑行。對於兩人滑行的距離，下列敘述何者正確？

(A) 乙滑行的距離較長
(B) 兩人滑行的距離一樣長
(C) 甲滑行的距離小於200公尺
(D) 乙滑行的距離小於200公尺



16.(　)
如圖，在斜角錐$OABC$中，$\angle OAB = 70°$、$\angle AOB = 60°$、$\angle BOC = 60°$、$\angle OBC = 65°$。請問在$\overline{OA}$、$\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{OC}$四個邊中哪一個最長？

(A) $\overline{OA}$　(B) $\overline{AB}$　(C) $\overline{BC}$　(D) $\overline{OC}$



17.(　)
ΔABC中，已知$\angle A = 70°$，$\angle B = 40°$，則下列四個選項中，哪一個是正確的？

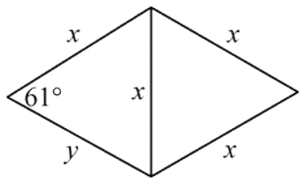
(A) $\overline{AB} > \overline{BC}$　(B) $\overline{AB} > \overline{AC}$　(C) $\overline{AC} = \overline{BC}$　(D) $\overline{AB} = \overline{AC}$

18.(　)
下列何組<u>不可以</u>作為三角形的三邊長？

(A) 18、18、2　(B) 1.2、5、3.7　(C) 6、8、10　(D) $\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$

19.(　)
右圖中的x、y大小關係為何？

(A) $x > y$　(B) $x = y$　(C) $x < y$　(D) 不能確定



20.(　)
有關ΔABC的敘述，下列何者正確？

(A) 若$\angle A > \angle B$，則$\overline{AC} > \overline{BC}$　(B) 若$\overline{AB} < \overline{AC}$，則$\angle C > \angle B$
(C) $|\overline{AB} - \overline{BC}| < \overline{AC}$　(D) $\angle A + \angle B > \angle C$

國二數學（2）第三單元三角形的基本性質段考

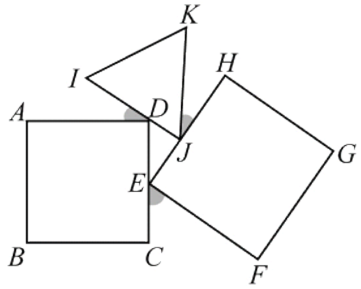
範圍：	三角形的基本性質	考試日期：	2014/03/05
適用年級：	國中二年級	適用科目：	數學
題型：	單選題：20題		

一、單選題

1.(C)

右圖爲正方形$ABCD$、$EFGH$與正三角形IJK的位置圖，其中D、E、J 三點分別在$\overline{IJ}$、$\overline{CD}$、$\overline{EH}$ 上。若$\angle CEF=55^\circ$，則$\angle IDA$與$\angle KJH$的角度和爲何？

(A) 55° (B) 60° (C) 65° (D) 70°



解析

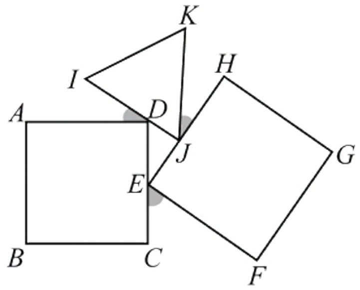
ΔDEJ 的外角和爲360°

$\Rightarrow(\angle CEF+\angle HEF)+(\angle IDA+\angle ADC)+(\angle KJH+\angle KJI)=360^\circ$

$\Rightarrow(\angle CEF+90^\circ)+(\angle IDA+90^\circ)+(\angle KJH+60^\circ)=360^\circ$

$\Rightarrow\angle CEF+\angle IDA+\angle KJH=360^\circ-90^\circ-90^\circ-60^\circ=120^\circ$

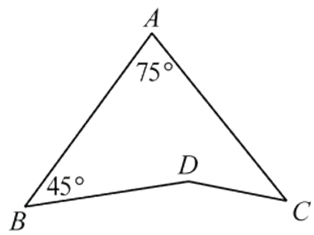
$\Rightarrow\angle IDA+\angle KJH=120^\circ-\angle CEF=120^\circ-55^\circ=65^\circ$



2.(D)

$ABCD$爲一凹四邊形，已知$\angle A=75^\circ$，$\angle B=45^\circ$，$\angle BDC=4\angle C$，則$\angle C=$？

(A) 20° (B) 30° (C) 35° (D) 40°

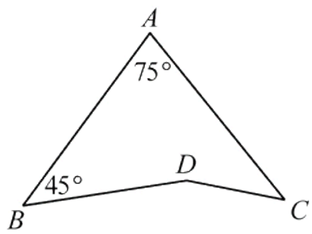


解析

$\angle BDC=\angle A+\angle B+\angle C$

$\Rightarrow 4\angle C=\angle A+\angle B+\angle C$

$\Rightarrow\angle C=\frac{1}{3}(\angle A+\angle B)=\frac{1}{3}(75^\circ+45^\circ)=40^\circ$



3.(D)

已知三角形的一組外角中，有一個角是140°，則下列何者<u>不可能</u>是此三角形的內角度數？

(A) 45° (B) 60° (C) 90° (D) 140°

解析

三角形任一外角＝其他兩內對角的和，且內角皆大於$0°$
$\because$三角形其中一外角爲$140°$
$\Rightarrow$此外角的內角爲$180°-140°=40°$，且其他兩內對角皆小於$140°$
$\therefore$此三角形之內角不可能爲$140°$

4.(C)
已知小娟家的地板全由同一形狀且大小相同的地磚緊密地舖成。若此地磚的形狀是一正多邊形，則下列何者<u>不可能</u>是此地磚的形狀？
(A) 正三角形　(B) 正方形　(C) 正五邊形　(D) 正六邊形

解析
若地板可由同一形狀的正多邊形緊密地舖成，則正多邊形內角可整除$360°$
$\because$正三角形的每個內角爲$\dfrac{180°}{3}=60°$，又$360°\div60°=6$　$\therefore$正三角形可能是此地磚的形狀
同理，正方形的每個內角爲$90°$，$360°\div90°=4$
　正六邊形的每個內角爲$\dfrac{(6-2)\times180°}{6}=120°$，$360°\div120°=3$
$\Rightarrow$正方形和正六邊形皆可能爲此地磚的形狀
而正五邊形的每個內角爲$\dfrac{(5-2)\times180°}{5}=108°$，$360°\div108°=3\cdots36°$
$\therefore$正五邊形不可能爲此地磚的形狀

5.(A)
有關於n邊形內角和與外角和的敘述，下列正確的有幾項？
(甲)內角和與n有關
(乙)外角和與n有關
(丙)外角和隨著n值增大而變大
(丁)內角和隨著n值增大而變小
(A) 1項　(B) 2項　(C) 3項　(D) 以上皆非

解析
(甲) n邊形內角和＝$180°\times(n-2)$
(乙)(丙) n邊形外角和固定爲$360°$
(丁)$\because n$邊形內角和＝$180°\times(n-2)$　$\therefore n$ 值愈大，內角和愈大
故只有(甲)正確

6.(D)
若一個六邊形的每一外角度數皆爲整數，則下列何者可能是此六邊形外角度數的比？
(A) 1：2：3：4：5：6　(B) 2：3：4：5：6：7
(C) 4：5：6：7：8：9　(D) 5：6：7：8：9：10

解析

(A) 設六個外角分別爲 $x°$ 、 $2x°$ 、 $3x°$ 、 $4x°$ 、 $5x°$ 、 $6x°$
則六邊形外角和 $= x° + 2x° + 3x° + 4x° + 5x° + 6x° = 360°$
$\Rightarrow 21x° = 360° \Rightarrow x = \dfrac{360}{21} = \dfrac{120}{7}$ （ x 不爲整數，故不合）
(B) 設六個外角分別爲 $2x°$ 、 $3x°$ 、 $4x°$ 、 $5x°$ 、 $6x°$ 、 $7x°$
則六邊形外角和 $= 2x° + 3x° + 4x° + 5x° + 6x° + 7x° = 360°$
$\Rightarrow 27x° = 360° \Rightarrow x = \dfrac{360}{27} = \dfrac{40}{3}$ （ x 不爲整數，故不合）
(C) 設六個外角分別爲 $4x°$ 、 $5x°$ 、 $6x°$ 、 $7x°$ 、 $8x°$ 、 $9x°$
則六邊形外角和 $= 4x° + 5x° + 6x° + 7x° + 8x° + 9x° = 360°$
$\Rightarrow 39x° = 360° \Rightarrow x = \dfrac{360}{39} = \dfrac{120}{13}$ （ x 不爲整數，故不合）
(D) 設六個外角分別爲 $5x°$ 、 $6x°$ 、 $7x°$ 、 $8x°$ 、 $9x°$ 、 $10x°$
則六邊形外角和 $= 5x° + 6x° + 7x° + 8x° + 9x° + 10x° = 360°$
$\Rightarrow 45x° = 360° \Rightarrow x = \dfrac{360}{45} = 8$

7. (C)

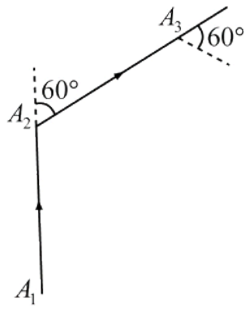
下列敘述何者正確？
(甲)邊數相同的凸多邊形，對角線總數相同
(乙)正八邊形的外角和小於正十二邊形的外角和
(丙)五邊形每一內角皆爲 $108°$
(丁)若一多邊形的內角和與外角和相同，則此多邊形必爲四邊形
(A) 甲、乙　(B) 甲、丙　(C) 甲、丁　(D) 甲、丙、丁

解析

(甲) 正確
(乙) 任意 N 邊形的一組外角和 $= 360°$
(丙) 每一內角皆爲 $108°$ 的是正五邊形
(丁) 四邊形內角和 = 外角和 $= 360°$ ，正確

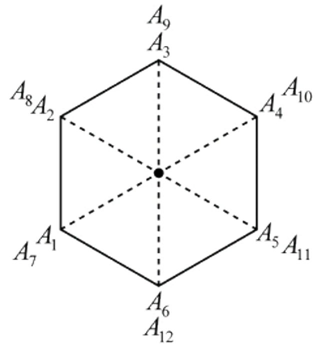
8. (C)

如右圖，大毛從 A_1 點出發，走了8公尺到達 A_2 點，向右轉 $60°$ 後，再走8公尺到 A_3 點，一樣右轉 $60°$ 後，依此規律一直走下去。請問大毛走到下列哪一點時，與 A_1 點的距離最遠？此距離爲多少公尺？
(A) A_9，8　(B) A_{11}，24　(C) A_{10}，16　(D) A_{12}，20



解析

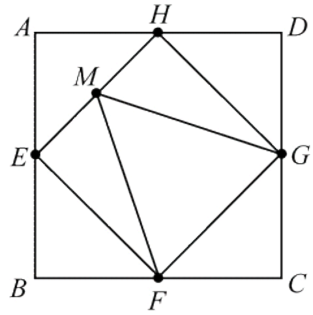
任意N邊形的一組外角和 = 360°
由 $360°\div 60° = 6$ 可知大毛所走的路徑會形成一正六邊形
如右圖，與A_1距離最遠的爲A_4、A_{10}、A_{16} …
此距離爲 $8\times 2 = 16$ 公尺



9.(C)

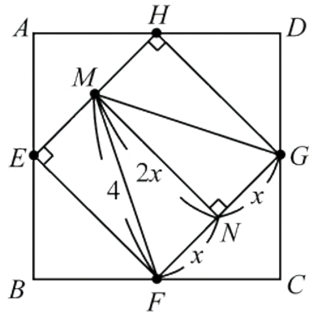
如圖，四邊形$ABCD$爲一正方形，E、F、G、H爲四邊中點。若M爲$\overline{EH}$中點，$\overline{MF}=4$，則ΔMFG面積爲何？

(A) $2\sqrt{3}$ (B) $4\sqrt{3}$ (C) $\dfrac{32}{5}$ (D) $\dfrac{32}{9}$



解析

$\because ABCD$爲正方形且E、F、G、H爲四邊中點
$\therefore EFGH$亦爲正方形
$\because \overline{EM}=\overline{MH}$（$M$爲$\overline{EH}$中點），$\overline{EF}=\overline{HG}$，$\angle MEF=\angle MHG=90°$
$\therefore \Delta MEF\cong\Delta MHG$ (SAS)
$\Rightarrow \overline{MF}=\overline{MG}\Rightarrow \Delta MFG$ 爲等腰三角形
$\therefore M$到$\overline{FG}$上的高$\overline{MN}$爲$\overline{FG}$的中垂線$\Rightarrow \overline{NF}=\overline{NG}$
設$\overline{NF}=\overline{NG}=x$，則$\overline{MN}=\overline{FG}=2x$
$\Rightarrow x^2+(2x)^2=4^2\Rightarrow x^2=\dfrac{16}{5}$
$\therefore \Delta MFG$面積 $=\dfrac{1}{2}\times\overline{FG}\times\overline{MN}=\dfrac{1}{2}\times 2x\times 2x=2x^2=2\times\dfrac{16}{5}=\dfrac{32}{5}$



10.(C)

若A、B、C三點不共線，O爲$\overline{AB}$與$\overline{BC}$的垂直平分線的交點，且$\overline{OB}=12$公分，則$\overline{OA}+\overline{OC}$爲多少公分？

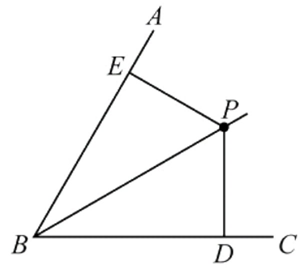
(A) 20 (B) 22 (C) 24 (D) 26

解析

O爲$\overline{AB}$與$\overline{BC}$的垂直平分線的交點$\Rightarrow \overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=12$（公分）
$\therefore \overline{OA}+\overline{OC}=24$（公分）

11.(D)

如圖，P是$\angle ABC$內之一點，由P作兩線段$\overline{PE}$ 、$\overline{PD}$，已知$\overline{PE}=\overline{PD}$，則加上下列選項中哪一個條件時，並不能證明「$P$在$\angle ABC$的角平分線上」？



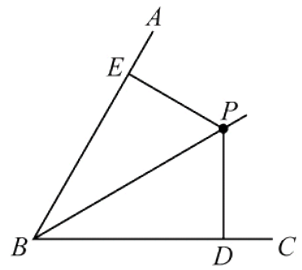
(A) $\angle BEP=\angle BDP=90^\circ$

(B) $\overline{BE}=\overline{BD}$

(C) $\angle EPB=\angle DPB$

(D) 以上條件都可以證明P在$\angle ABC$的角平分線上

解析



已知：　$\overline{PE}=\overline{PD}$　　$\overline{BP}=\overline{BP}$

(A) $\because \angle BEP=\angle BDP=90^\circ$，$\overline{PE}=\overline{PD}$，$\overline{BP}=\overline{BP}$

$\therefore \Delta EBP\cong\Delta DBP$ (RHS)$\Rightarrow \angle EBP=\angle DBP$

故P在$\angle ABC$的角平分線上

(B) $\because \overline{BE}=\overline{BD}$，$\overline{PE}=\overline{PD}$，$\overline{BP}=\overline{BP}$

$\therefore \Delta EBP\cong\Delta DBP$ (SSS)$\Rightarrow \angle EBP=\angle DBP$

故P在$\angle ABC$的角平分線上

(C) $\because \overline{PE}=\overline{PD}$，$\angle EPB=\angle DPB$，$\overline{BP}=\overline{BP}$

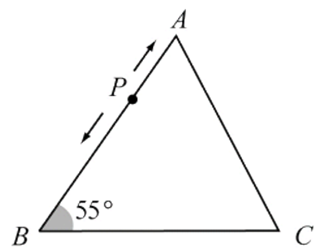
$\therefore \Delta EBP\cong\Delta DBP$ (SAS)$\Rightarrow \angle EBP=\angle DBP$

故P在$\angle ABC$的角平分線上

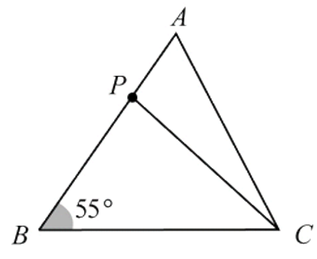
12.(C)

如圖，在ΔABC中，$\overline{AB}=\overline{BC}$、$\angle B=55^\circ$。若有一點$P$在$\overline{AB}$上移動，則$\angle BPC$可能是下列哪一個角度？

(A) 55°　(B) 60°　(C) 80°　(D) 130°



解析



$\because \overline{AB}=\overline{BC}$　$\therefore \Delta ABC$為等腰三角形

$\Rightarrow \angle A=\dfrac{180^\circ-\angle B}{2}=\dfrac{180^\circ-55^\circ}{2}=62.5^\circ=\angle BCA$

$\because \angle BPC=\angle A+\angle PCA$（外角定理）

$\qquad\quad=\angle BCA+\angle PCA$

$\therefore \angle BPC>\angle BCA=62.5^\circ\cdots\cdots①$

$\because \angle BPC$為ΔBPC的一內角

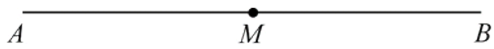
$\therefore \angle BPC<180^\circ-\angle B=180^\circ-55^\circ=125^\circ\cdots\cdots②$

由①、②可得$62.5^\circ<\angle BPC<125^\circ$

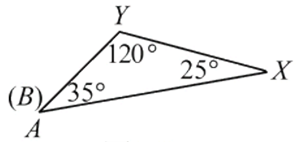
$\therefore \angle BPC$可能為80°，但不可能為55°、60°與130°

13.(C)

如圖(一)，AB為一條拉直的繩子，M為此繩子的中點。若以$\overline{AB}$為周長，A為頂點，將繩子圍成ΔAXY，如圖(二)所示，則關於M點在ΔAXY上的位置，下列敘述何者正確？



圖(一)



圖(二)

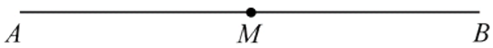
(A) 在$\overline{XY}$的中點上

(B) 在$\overline{AX}$上，且距X點較近，距A點較遠

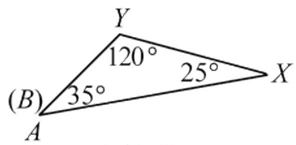
(C) 在$\overline{XY}$上，且距X點較近，距Y點較遠

(D) 在$\overline{XY}$上，且距Y點較近，距X點較遠

解析



圖(一)



圖(二)

$\overline{AB}=\overline{AX}+\overline{XY}+\overline{AY}$

$\Rightarrow \overline{AM}=\dfrac{1}{2}(\overline{AX}+\overline{XY}+\overline{AY})$

$\because \angle Y>\angle A>\angle X \quad \therefore \overline{AX}>\overline{XY}>\overline{AY}$

又$\overline{AY}+\overline{XY}>\overline{AX}$

$\Rightarrow \overline{AY}+\overline{XY}+\overline{AX}>\overline{AX}+\overline{AX}$

$\Rightarrow \overline{AM}=\dfrac{1}{2}(\overline{AY}+\overline{XY}+\overline{AX})>\overline{AX}$

$\Rightarrow M$不在$\overline{AX}$上，同理，M也不在$\overline{AY}$上

$\therefore M$必在$\overline{XY}$上，又$\overline{AX}>\overline{AY}$

$\Rightarrow M$距X點較近，距Y點較遠，故選(C)

14.(A)

已知有長3公分、6公分之兩線段，下列敘述何者錯誤？

(A) 若另有一長為3公分的線段，則此三線段可構成等腰三角形

(B) 若另有一長為6公分的線段，則此三線段可構成等腰三角形

(C) 若另有一長為$3\sqrt{3}$公分的線段，則此三線段可構成直角三角形

(D) 若另有一長為$3\sqrt{5}$公分的線段，則此三線段可構成直角三角形

解析

(A) $\because 3+3=6\Rightarrow$兩邊和不大於第三邊6

　$\therefore$3、6、3不可能構成三角形，因此也無法構成等腰三角形

(B) $\because 3+6=9>6 \quad \therefore$3、6、6可以構成等腰三角形

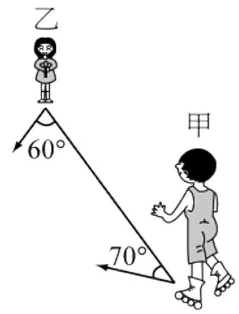
(C) $\because 3^2+(3\sqrt{3})^2=9+27=36=6^2 \quad \therefore$3、6、$3\sqrt{3}$可以構成直角三角形

(D) $\because 3^2+6^2=9+36=45=(3\sqrt{5})^2 \quad \therefore$3、6、$3\sqrt{5}$可以構成直角三角形

15.(A)

如圖，甲、乙兩人在同一水平面上溜冰，且乙在甲的正東方200公尺處。已知甲、乙分別以東偏北70°、西偏北60°的方向直線滑行，而後剛好相遇，因而停止滑行。對於兩人滑行的距離，下列敘述何者正確？

(A) 乙滑行的距離較長
(B) 兩人滑行的距離一樣長
(C) 甲滑行的距離小於200公尺
(D) 乙滑行的距離小於200公尺



解析

設甲、乙各從A、B兩點出發且相遇於C

$\Rightarrow \overline{AB} = 200$

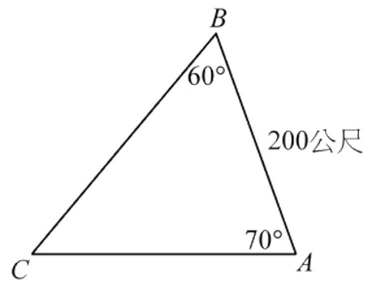
$\because \angle A > \angle B$

又$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 50^\circ$

$\therefore \angle A > \angle B > \angle C$

$\Rightarrow \overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB} = 200$

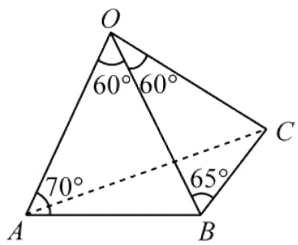
故乙滑行的距離$\overline{BC}$較長，且兩人滑行的距離皆大於200公尺



16. (D)

如圖，在斜角錐$OABC$中，$\angle OAB = 70^\circ$、$\angle AOB = 60^\circ$、$\angle BOC = 60^\circ$、$\angle OBC = 65^\circ$。請問在$\overline{OA}$、$\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{OC}$四個邊中哪一個最長？

(A) $\overline{OA}$　(B) $\overline{AB}$　(C) $\overline{BC}$　(D) $\overline{OC}$



解析

在ΔOBC中，$\angle OCB = 180^\circ - 60^\circ - 65^\circ = 55^\circ$

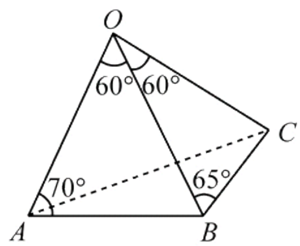
$\because 65^\circ > 60^\circ > 55^\circ$　$\therefore \overline{OC} > \overline{BC} > \overline{OB}$ ……①

在ΔOAB中，$\angle OBA = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ$

$\because 70^\circ > 60^\circ > 50^\circ$　$\therefore \overline{OB} > \overline{AB} > \overline{OA}$ ……②

由①、②得$\overline{OC} > \overline{BC} > \overline{OB} > \overline{AB} > \overline{OA}$

$\therefore \overline{OC}$最長



17. (B)

ΔABC中，已知$\angle A = 70^\circ$，$\angle B = 40^\circ$，則下列四個選項中，哪一個是正確的？

(A) $\overline{AB} > \overline{BC}$　(B) $\overline{AB} > \overline{AC}$　(C) $\overline{AC} = \overline{BC}$　(D) $\overline{AB} = \overline{AC}$

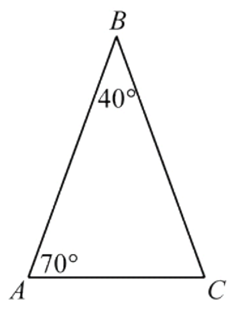
解析

$\angle C = 180^\circ - 70^\circ - 40^\circ = 70^\circ$

$\Rightarrow \angle C = \angle A > \angle B$

$\because$大角對大邊，小角對小邊

$\therefore \overline{AB} = \overline{BC} > \overline{AC}$



18.(B)

下列何組不可以作為三角形的三邊長？

(A) 18、18、2　(B) 1.2、5、3.7　(C) 6、8、10　(D) $\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$

解析

三角形中，三邊長的關係：較短兩邊之差 < 第三邊 < 較短兩邊之和

(A) $18-2<18<18+2 \Rightarrow 16<18<20$

(B) $1.2+3.7=4.9<5$，較短兩邊之和小於第三邊，故不合

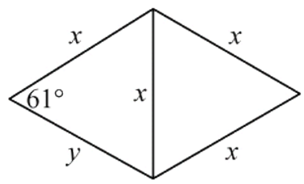
(C) $8-6<10<6+8 \Rightarrow 2<10<14$

(D) $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}<\frac{1}{3}<\frac{1}{4}+\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{20}<\frac{1}{3}<\frac{9}{20}$

19.(A)

右圖中的x、y大小關係為何？

(A) $x>y$　(B) $x=y$　(C) $x<y$　(D) 不能確定



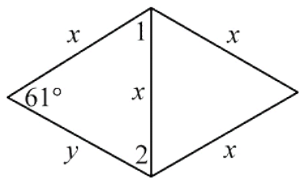
解析

圖形中左邊的三角形為等腰三角形$\Rightarrow \angle 2=61^\circ$

$\therefore \angle 1=180^\circ-61^\circ\times 2=58^\circ$

$\because$大角對大邊，小角對小邊

$\therefore \angle 2>\angle 1 \Rightarrow x>y$



20.(C)

有關ΔABC的敘述，下列何者正確？

(A) 若$\angle A>\angle B$，則$\overline{AC}>\overline{BC}$　(B) 若$\overline{AB}<\overline{AC}$，則$\angle C>\angle B$

(C) $|\overline{AB}-\overline{BC}|<\overline{AC}$　(D) $\angle A+\angle B>\angle C$

解析

(A) 若$\angle A>\angle B$，則$\overline{BC}>\overline{AC}$

(B) 若$\overline{AB}<\overline{AC}$，則$\angle C<\angle B$

(C) 兩邊之差 < 第三邊　$\therefore |\overline{AB}-\overline{BC}|<\overline{AC}$

(D) 兩角之和不一定會大於第三角