

段考錦囊

 名師學院™
年級：國中二年級

範圍：下學期第一次段考

科目：數學

重點整理



名師學院™

www.kut.com.tw

一、一分鐘準備段考

- 清楚定義，能自己推導公式
- 動手做題目，然後修正錯誤
- 多做題目，培養對題型的解題感覺
- 利用名師學院系列產品，反覆觀看、補強弱點

二、重點回顧

➤ 等差數列

1. 等差數列的意義

1) 等差數列

一個數列中，任意相鄰兩項，後項減去前項所得的差都相等，這樣的數列稱為等差數列。

2) 公差(d)

等差數列中，任意相鄰兩項的後項減去前項得一固定的差，稱為公差。

3) 等差數列第 n 項

第 n 項公式： $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，其中 a_1 為首項， a_n 為第 n 項， d 為公差。

2. 等差中項

設 a 、 b 、 c 三數成等差數列，則稱 b 為 a 與 c 的等差中項，且以下性質成立：

1. $b - a = c - b = \text{公差}$

2. $2b = a + c$

3. $b = \frac{a+c}{2}$

3. 等差數列的假設

1. 若三數成等差數列，

則可設此三數為 $a-d$ 、 a 、 $a+d$ (公差為 d)。

2. 若五數成等差數列，

則可設此五數為 $a-2d$ 、 $a-d$ 、 a 、 $a+d$ 、 $a+2d$ (公差為 d)。

3. 若四數成等差數列，

則可設此四數為 $a-3d$ 、 $a-d$ 、 $a+d$ 、 $a+3d$ (公差為 $2d$)。

➤ 等差級數

1. 等差級數公式

等差級數公式，整理如下：

1. $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$
2. $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$
3. $S_n = n \times \frac{(a_1 + a_n)}{2} = \text{項數} \times \text{中間項}$

➤ 點、線、角

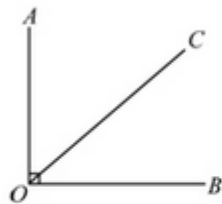
1. 點與線：

1. 平面上相異 n 點中，
任意三點不共線，則最多可決定 $\frac{n(n-1)}{2}$ 條直線。
2. 平面上相異 n 點中，
有 m 點共線 ($n > m$)，則最多可決定 $\frac{n(n-1)}{2} - \frac{m(m-1)}{2} + 1$ 條直線。

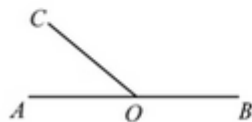
2. 角

兩角關係，整理如下：

1. 餘角：若兩角的度數和為 90° ，則此兩角互為餘角，簡稱互餘。
例：如下圖， $\angle AOC + \angle BOC = 90^\circ$ ，則 $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 互餘。

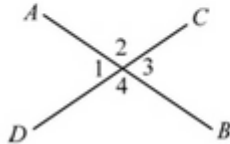


2. 補角：若兩角的度數和為 180° ，則此兩角互為補角，簡稱互補。
例：如下圖， $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ ，則 $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 互補。



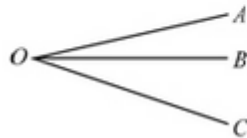
3. 對頂角：兩直線相交，形成四個角，其中不相鄰的相對兩角，稱為對頂角，且對頂角相等。

例：如下圖， \overline{AB} 與 \overline{CD} 相交於一點，則 $\angle 1$ 與 $\angle 3$ 是對頂角， $\angle 2$ 與 $\angle 4$ 是對頂角。



4. 鄰角：同一頂點的兩角，有一公共邊，且此兩角的另一邊在這公共邊的兩側，則此兩角稱為鄰角。

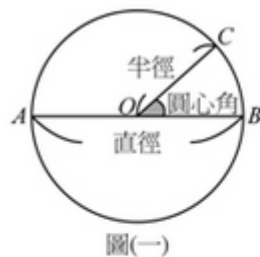
例：如下圖， $\angle AOB$ 和 $\angle BOC$ 是鄰角。



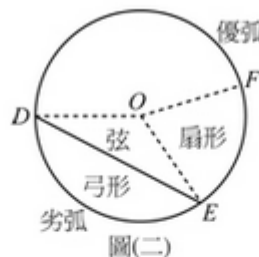
生活中的平面圖形

1. 圓的基本名稱

1. 圓中的基本名稱，如下圖：



圖(一)



圖(二)

2. 圓常用的計算公式整理：

若 π 表圓周率、 r 表半徑，則：

- (1) 圓周長 = $2 \times \text{半徑} \times \pi = 2r\pi$
- (2) 圓面積 = $\text{半徑} \times \text{半徑} \times \pi = r^2\pi$
- (3) 扇形的弧長 = $\frac{\text{圓心角}}{360} \times (2r\pi)$
- (4) 扇形的面積 = $\frac{\text{圓心角}}{360} \times (r^2\pi)$

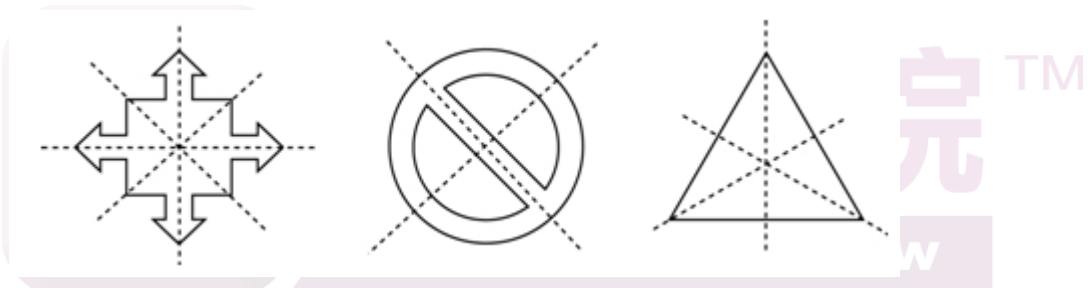
► 生活中的線對稱

若一個圖形沿著一條直線對摺後，在直線兩側的圖形可以完全重疊，則這樣的圖形稱為線對稱圖形。

例：下列三個圖形均可稱為線對稱圖形：

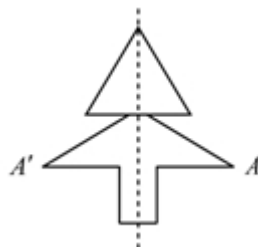


【注意】線對稱圖形的對稱軸不一定只有一條，如下圖，每個圖形當中的虛線都是該圖形的對稱軸。



【結論】

1. 任意正 N 邊形都是線對稱圖形，且有 N 條對稱軸。
2. 四邊形中正方形、長方形、菱形、鳶形、等腰梯形都是線對稱的圖形，但是平行四邊形不是線對稱圖形。
3. 線對稱的圖形沿著對稱軸對摺，重疊的兩個點互為對稱點，如下圖的 A 點與 A' 點。



4. 對稱軸會垂直且平分兩對稱點所連線段，如上圖，虛線為對稱軸，對稱軸垂直平分 $\overline{AA'}$ 。

➤ 基本尺規作圖

1. 尺規作圖

1) 等線段作圖

例：如圖，已知 \overline{AB} ，試作出 \overline{CD} ，使 $\overline{CD} = \overline{AB}$ 。

【作法】(1) 作一直線 L ，在 L 上取一點 C 。

(2) 以 C 點為圓心， \overline{AB} 為半徑畫弧，交直線 L 於 D 點，則 \overline{CD} 即為所求。



2) 等角作圖

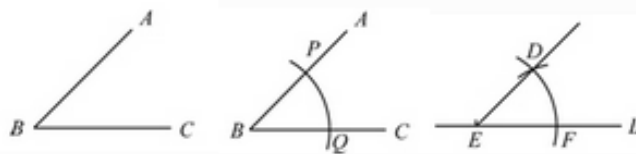
例：如圖，已知 $\angle ABC$ ，試作一角 $\angle DEF$ ，使 $\angle DEF = \angle ABC$ 。

【作法】(1) 作一直線 L ，在 L 上取一點 E 。

(2) 分別以 B 、 E 為圓心，適當長為半徑畫弧，分別交 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 L 於 P 、 Q 、 F 。

(3) 以 F 為圓心， \overline{PQ} 為半徑畫弧，交前弧於 D 。

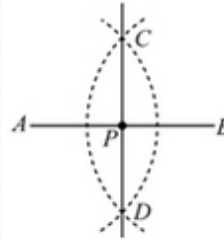
(4) 連接 \overline{DE} ，則 $\angle DEF$ 即為所求。



2.線段的垂直平分線尺規作圖方法

例：畫出 \overline{AB} 的垂直平分線。

- 【作法】
1. 以 A 為圓心，大於 $\frac{1}{2}\overline{AB}$ 的長為半徑畫弧。
 2. 以 B 為圓心，以相同的長為半徑畫弧，使兩弧交於 C 、 D 兩點。
 3. 連接 \overline{CD} ，則 \overline{CD} 即為 \overline{AB} 之垂直平分線。



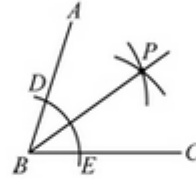
【注意】

1. 利用中垂線作圖法（中點作圖法）將一線段作 2^n 等份，需作圖 $(2^n - 1)$ 次。
2. 利用中垂線作圖法（中點作圖法）取某線段的 $\frac{1}{2^n}$ ，需作圖 n 次。
3. 利用中垂線作圖法（中點作圖法）將一線段分為 $a:b$ ，且 $(a, b)=1$ ，則 $a+b$ 必為 2^n ，且需作圖 n 次。
4. 中垂線性質：一線段的中垂線上任一點到此線段的兩端點距離相等。

3.角平分線的尺規作圖方法

例：畫出 $\angle ABC$ 之平分線。

- 【作法】
1. 以 B 為圓心，適當的長為半徑畫弧，交兩邊於 D 、 E 兩點。
 2. 分別以 D 、 E 為圓心，大於 $\frac{1}{2}DE$ 長為半徑畫弧，使兩弧交於 P 點。
 3. 連接 \overline{BP} ，則 \overline{BP} 即為 $\angle ABC$ 之角平分線。



【注意】

1. 若利用角平分線作圖法，將一角分為 2^n 等份，則需作圖 $(2^n - 1)$ 次。
2. 若利用角平分線作圖法，取某角的 $\frac{1}{2^n}$ ，則需作圖 n 次。
3. 欲利用角平分線作圖法將一角分為 $a : b$ ，若 $(a, b) = 1$ 且 $a + b = 2^m$ ，則需作圖 m 次。
4. 角平分線性質：角平分線上任一點到兩邊的垂直距離相等。

精選試卷及詳解



名師學院™

www.kut.com.tw

考試日期僅供參考

國二數學(2) 第一單元等差數列與等差級數段考

範圍： 等差數列與等差級數

考試日期： 2014/02/19

適用年級： 國中二年級

適用科目： 數學

題型： 單選題：20題

一、單選題

1.()

圖(一)的正方形內有9個數字，數字的總和為 y ，求圖(二)中五個正方形內所有數字的總和為何？(以 y 表示)

3	7	11
15	19	23
27	31	35

圖(一)

1	5	9	2	6	10	3	7	11	4	8	12	5	9	13
13	17	21	14	18	22	15	19	23	16	20	24	17	21	25
25	29	33	26	30	34	27	31	35	28	32	36	29	33	37

圖(二)

(A) $5y$ (B) $5y+9$ (C) $5(y+9)$ (D) $5y+18$

2.()

若數列 a 、 b 、 c 為等差數列，公差為2，則下列敘述何者錯誤？

(A) 數列 $a+5$ 、 $b+5$ 、 $c+5$ 也是等差數列

(B) 數列 $5a$ 、 $5b$ 、 $5c$ 也是等差數列

(C) 數列 $a-1$ 、 $b-1$ 、 $c-1$ 也是等差數列

(D) 數列 a^2 、 b^2 、 c^2 也是等差數列

3.()

從 -41 、 -16 、 25 、 66 的四個數中刪掉一個數，剩下的三個數由小而大，依序排列為一等差數列。請問刪掉的是哪一個數？

(A) -41 (B) -16 (C) 25 (D) 66

4.()

小玉拿了一堆棋子玩排列遊戲。

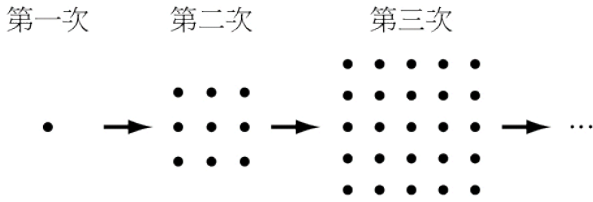
第一次：放1顆棋子，如圖(一)；

第二次：放9顆棋子，排出一個正方形，如圖(二)；

第三次：放25顆棋子，排出一個正方形，如圖(三)；

⋮ ⋮

依此規則，每一次排出的正方形，其每邊的棋子數都要比前一次多2顆。請問第十次比第九次多放了幾顆棋子？



圖(一) 圖(二) 圖(三)

- (A) $10^2 - 9^2$ (B) $11^2 - 9^2$ (C) $19^2 - 17^2$ (D) $21^2 - 19^2$

5.()

一等差數列 a_1, a_2, \dots, a_{100} ，已知 $a_{70} - a_{57} < 0$ ，那麼下列哪一個選項是正確的？

- (A) $a_{43} - a_{69} > 0$ (B) $a_{42} - a_{51} < 0$ (C) $a_{18} + a_{51} > a_{21} + a_{48}$ (D) $a_{12} + a_{31} > a_9 + a_{34}$

6.()

某等差數列原來的公差為 d ，若各項同時減3，則新數列之公差為何？

- (A) $d+3$ (B) d (C) $d-3$ (D) $3d$

7.()

有一等差數列，第 n 項是 $2n-1$ ，則下列選項何者錯誤？

- (A) 首項是1 (B) 第二項是3 (C) 第三項是4 (D) 第四項是7

8.()

若 a, b, c, d 四個數為一等差數列，公差為2，則下列選項中的數列何者為等差？

- (A) ab, bc, ca 成等差數列
 (B) $a+2b, b+3c, c+4d$ 成等差數列
 (C) $5a+7, 5b+7, 5c+7$ 成等差數列
 (D) a^2, b^2, c^2 成等差數列

9.()

一規則數列其各項依序是1、3、6、10、15、...，則下列何者為真？

- (A) 第8項 - 第7項 = 6 (B) 第7項 = 1+2+3+4+5+6
 (C) 第10項 = 55 (D) 第8項是第4項的2倍

10.()

若 -5 、 x 、 y 、 z 、 23 成等差數列，則下列敘述何者正確？

- (A) 公差為 $\frac{28}{5}$ (B) $y=9$ (C) $y^2=xz$ (D) x 和 y 的等差中項為 z

11.()

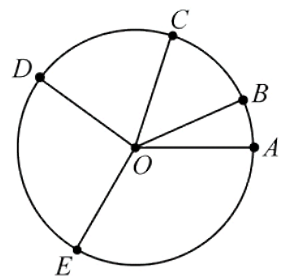
一等差數列 a_1 、 a_2 、 a_3 、 \dots ，已知 $a_{69}-a_{42}<0$ ，則下列哪一個選項正確？

- (A) $a_{27}-a_{39}<0$ (B) $a_{105}-a_{31}>0$ (C) $a_{15}+a_{63}>a_{18}+a_{60}$ (D) $a_{17}+a_{61}=a_{14}+a_{64}$

12.()

如圖，圓 O 上依序有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五點，且扇形 OAB 、 OBC 、 OCD 、 ODE 、 OEA 的面積恰成爲一等差數列。若 $\angle AOB=24^\circ$ ，則 $\angle DOE=?$

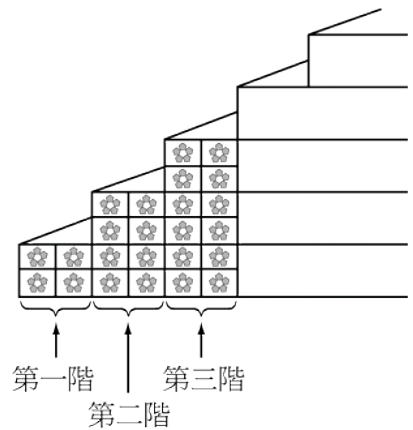
- (A) 72° (B) 84° (C) 96° (D) 108°



13.()

如圖，有一樓梯，每一階的長度、寬度與增加的高度都相等。有一工人在此樓梯的一側貼上大小相同的正方形磁磚，第一階貼了4塊磁磚，第二階貼了8塊磁磚， \dots ，依此規則貼了112塊磁磚後，剛好貼完此樓梯的一側。則此樓梯總共有多少階？

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8



14.()

大呆決定開始存錢，第一天存了4元，第二天存8元，第三天存12元，依此類推。若 a 天共存了 b 元，則 a 與 b 的關係爲何？

- (A) $b=4a$ (B) $a=4b$ (C) $b=16a^2$ (D) $b=2a^2+2a$

15.()

請問下列何者是等差級數？

- (A) $4, 5, 6, 7, 8$ (B) $(-1)+(-1)+(-1)+(-1)$ (C) $1+2+3+5+8$ (D) $1-2+3-4+5$

16.()

若一等差數列前5項分別為 a 、 $a+b$ 、 $a+2b$ 、 $a+3b$ 、 $a+4b$ ，則此等差數列的前20項之和為多少？

- (A) $20a+19b$ (B) $20a+180b$ (C) $20a+190b$ (D) $20a+210b$

17.()

一等差數列前20項和為前8項和的5倍，則其首項與公差的比為多少？

- (A) 2:5 (B) 5:2 (C) 3:2 (D) 2:3

18.()

若一等差級數的前 n 項和為 $\frac{(5n-1)n}{2}$ ，則該級數第11項的值為多少？

- (A) 50 (B) 51 (C) 52 (D) 53

19.()

光光說：「我在月考前三星期（21天）才開始背單字，第一天只背6個單字，接著每天比前一天增加2個。」則光光這21天共背了多少個單字？

- (A) 540 (B) 542 (C) 546 (D) 548

20.()

在12與68之間插入 n 個數，使其成為等差數列，若此數列各項的和超過730，則 n 的最小值為多少？

- (A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20

國二數學(2) 第一單元等差數列與等差級數段考

範圍： 等差數列與等差級數

考試日期： 2014/02/19

適用年級： 國中二年級

適用科目： 數學

題型： 單選題：20題

一、單選題

1. (A)

圖(一)的正方形內有9個數字，數字的總和為 y ，求圖(二)中五個正方形內所有數字的總和為何？(以 y 表示)

3	7	11
15	19	23
27	31	35

圖(一)

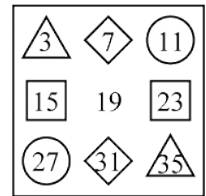
1 5 9 13 17 21 25 29 33	2 6 10 14 18 22 26 30 34	3 7 11 15 19 23 27 31 35	4 8 12 16 20 24 28 32 36	5 9 13 17 21 25 29 33 37
-------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

圖(二)

- (A) $5y$ (B) $5y+9$ (C) $5(y+9)$ (D) $5y+18$

解析

$$\begin{aligned}
 \text{圖(一)的正方形數字總和 } y &= 19 + (3+35) + (15+23) + (27+11) + (31+7) \\
 &= 19 + 4 \times 38 \\
 &= 19 + 4 \times (2 \times 19) \\
 &= 9 \times 19
 \end{aligned}$$



同理，圖(二)的正方形數字和由左而右依序為 9×17 、 9×18 、 9×19 、 9×20 、 9×21

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \text{圖(二)中五個正方形數字總和} &= 9 \times 17 + 9 \times 18 + 9 \times 19 + 9 \times 20 + 9 \times 21 \\
 &= 9 \times (17 + 18 + 19 + 20 + 21) \\
 &= 9 \times (5 \times 19) \\
 &= 5 \times (9 \times 19) \\
 &= 5y
 \end{aligned}$$

2. (D)

若數列 a 、 b 、 c 為等差數列，公差為2，則下列敘述何者錯誤？

- (A) 數列 $a+5$ 、 $b+5$ 、 $c+5$ 也是等差數列
 (B) 數列 $5a$ 、 $5b$ 、 $5c$ 也是等差數列
 (C) 數列 $a-1$ 、 $b-1$ 、 $c-1$ 也是等差數列
 (D) 數列 a^2 、 b^2 、 c^2 也是等差數列

解析

$$b - a = c - b = 2$$

$$(A) (b+5) - (a+5) = b - a = 2, (c+5) - (b+5) = c - b = 2$$

$\therefore a+5, b+5, c+5$ 是等差數列

$$(B) 5b - 5a = 5(b - a) = 5 \times 2 = 10, 5c - 5b = 5(c - b) = 5 \times 2 = 10$$

$\therefore 5a, 5b, 5c$ 是等差數列

$$(C) (b-1) - (a-1) = b - a = 2, (c-1) - (b-1) = c - b = 2$$

$\therefore a-1, b-1, c-1$ 是等差數列

$$(D) b^2 - a^2 = (b-a)(b+a) = 2(b+a), c^2 - b^2 = (c-b)(c+b) = 2(c+b)$$

$\therefore 2(b+a) \neq 2(c+b) \quad \therefore a^2, b^2, c^2$ 不是等差數列

3. (A)

從 $-41, -16, 25, 66$ 的四個數中刪掉一個數，剩下的三個數由小而大，依序排列為一等差數列。請問刪掉的是哪一個數？

(A) -41 (B) -16 (C) 25 (D) 66

解析

$$-16 - (-41) = 25, 25 - (-16) = 41, 66 - 25 = 41$$

$\therefore -16, 25, 66$ 為一等差數列

\Rightarrow 刪掉 -41

4. (C)

小玉拿了一堆棋子玩排列遊戲。

第一次：放 1 顆棋子，如圖(一)；

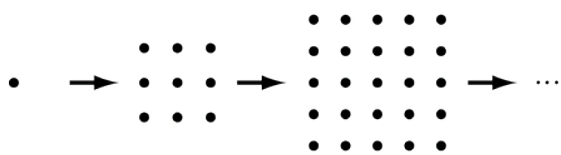
第二次：放 9 顆棋子，排出一個正方形，如圖(二)；

第三次：放 25 顆棋子，排出一個正方形，如圖(三)；

\vdots

依此規則，每一次排出的正方形，其每邊的棋子數都要比前一次多 2 顆。請問第十次比第九次多放了幾顆棋子？

第一次 第二次 第三次



圖(一) 圖(二) 圖(三)

(A) $10^2 - 9^2$ (B) $11^2 - 9^2$ (C) $19^2 - 17^2$ (D) $21^2 - 19^2$

解析

第一次到第三次的正方形每邊棋子數依序為 1, 3, 5

\Rightarrow 每邊棋子數形成一等差數列，首項 $a_1 = 1$ ，公差 $d = 2$

\Rightarrow 第十次每邊棋子數為 $1 + (10-1) \times 2 = 19$ ，第九次每邊棋子數為 $1 + (9-1) \times 2 = 17$

\therefore 第十次比第九次多放了 $(19^2 - 17^2)$ 顆棋子

5. (A)

一等差數列 a_1, a_2, \dots, a_{100} ，已知 $a_{70} - a_{57} < 0$ ，那麼下列哪一個選項是正確的？

- (A) $a_{43} - a_{69} > 0$ (B) $a_{42} - a_{51} < 0$ (C) $a_{18} + a_{51} > a_{21} + a_{48}$ (D) $a_{12} + a_{31} > a_9 + a_{34}$

解析

$$a_{70} - a_{57} < 0 \Rightarrow (a_1 + 69d) - (a_1 + 56d) < 0 \Rightarrow 13d < 0 \Rightarrow d < 0$$

$$(A) \quad a_{43} - a_{69} = (a_1 + 42d) - (a_1 + 68d) = -26d > 0$$

$$(B) \quad a_{42} - a_{51} = (a_1 + 41d) - (a_1 + 50d) = -9d > 0$$

$$(C) \quad a_{18} + a_{51} = (a_1 + 17d) + (a_1 + 50d) = 2a_1 + 67d$$

$$a_{21} + a_{48} = (a_1 + 20d) + (a_1 + 47d) = 2a_1 + 67d$$

$$\therefore a_{18} + a_{51} = a_{21} + a_{48}$$

$$(D) \quad a_{12} + a_{31} = (a_1 + 11d) + (a_1 + 30d) = 2a_1 + 41d$$

$$a_9 + a_{34} = (a_1 + 8d) + (a_1 + 33d) = 2a_1 + 41d$$

$$\therefore a_{12} + a_{31} = a_9 + a_{34}$$

6. (B)

某等差數列原來的公差為 d ，若各項同時減3，則新數列之公差為何？

- (A) $d+3$ (B) d (C) $d-3$ (D) $3d$

解析

等差數列中，各項同時減去同一數後，公差依然不會改變

7. (C)

有一等差數列，第 n 項是 $2n-1$ ，則下列選項何者錯誤？

- (A) 首項是1 (B) 第二項是3 (C) 第三項是4 (D) 第四項是7

解析

$$(A) \quad \text{首項爲 } 2 \cdot 1 - 1 = 1 \quad \therefore \text{正確}$$

$$(B) \quad \text{第二項爲 } 2 \cdot 2 - 1 = 3 \quad \therefore \text{正確}$$

$$(C) \quad \text{第三項爲 } 2 \cdot 3 - 1 = 5 \quad \therefore \text{錯誤}$$

$$(D) \quad \text{第四項爲 } 2 \cdot 4 - 1 = 7 \quad \therefore \text{正確}$$

8. (C)

若 a, b, c, d 四個數爲一等差數列，公差為2，則下列選項中的數列何者爲等差？

$$(A) \quad ab, bc, ca \text{ 成等差數列}$$

$$(B) \quad a+2b, b+3c, c+4d \text{ 成等差數列}$$

$$(C) \quad 5a+7, 5b+7, 5c+7 \text{ 成等差數列}$$

$$(D) \quad a^2, b^2, c^2 \text{ 成等差數列}$$

解析

$\therefore a, b, c, d$ 的公差為 2 \therefore 可設 $b = a + 2, c = a + 4, d = a + 6$

(A) $ab = a(a + 2) = a^2 + 2a$

$$bc = (a + 2)(a + 4) = a^2 + 6a + 8$$

$$ca = (a + 4) \cdot a = a^2 + 4a$$

$$d_1 = bc - ab = (a^2 + 6a + 8) - (a^2 + 2a) = 4a + 8$$

$$d_2 = ca - bc = (a^2 + 4a) - (a^2 + 6a + 8) = -2a - 8$$

$\therefore d_1 \neq d_2 \therefore ab, bc, ca$ 不為等差數列

(B) $a + 2b = a + 2(a + 2) = 3a + 4$

$$b + 3c = (a + 2) + 3(a + 4) = 4a + 14$$

$$c + 4d = (a + 4) + 4(a + 6) = 5a + 28$$

$$d_1 = (b + 3c) - (a + 2b) = (4a + 14) - (3a + 4) = a + 10$$

$$d_2 = (c + 4d) - (b + 3c) = (5a + 28) - (4a + 14) = a + 14$$

$\therefore d_1 \neq d_2 \therefore a + 2b, b + 3c, c + 4d$ 不為等差數列

(C) $5b + 7 = 5(a + 2) + 7 = 5a + 17$

$$5c + 7 = 5(a + 4) + 7 = 5a + 27$$

$$d_1 = (5b + 7) - (5a + 7) = (5a + 17) - (5a + 7) = 10$$

$$d_2 = (5c + 7) - (5b + 7) = (5a + 27) - (5a + 17) = 10$$

$\therefore d_1 = d_2 \therefore 5a + 7, 5b + 7, 5c + 7$ 為等差數列

(D) $b^2 = (a + 2)^2 = a^2 + 4a + 4$

$$c^2 = (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16$$

$$d_1 = b^2 - a^2 = (a^2 + 4a + 4) - a^2 = 4a + 4$$

$$d_2 = c^2 - b^2 = (a^2 + 8a + 16) - (a^2 + 4a + 4) = 4a + 12$$

$\therefore d_1 \neq d_2 \therefore a^2, b^2, c^2$ 不為等差數列

9. (C)

一規則數列其各項依序是 1、3、6、10、15、...，則下列何者為真？

(A) 第 8 項 - 第 7 項 = 6 (B) 第 7 項 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6

(C) 第 10 項 = 55 (D) 第 8 項是第 4 項的 2 倍

解析

在分析此規則數列1、3、6、10、15、...後可發現：

第1項=1

第2項=1+2

第3項=1+2+3

⋮

第 n 項=1+2+3+...+ n

(A) 第8項=1+2+3+...+8，第7項=1+2+3+...+7

第8項-第7項=8

(B) 第7項=1+2+3+...+7

(C) 第10項=1+2+3+...+10 = $\frac{(1+10) \times 10}{2} = 55$

(D) 第8項=1+2+3+...+8 = $\frac{(1+8) \times 8}{2} = 36$ ，第4項=1+2+3+4 = $\frac{(1+4) \times 4}{2} = 10$

∴第8項是第4項的3.6倍

10. (B)

若-5、 x 、 y 、 z 、23成等差數列，則下列敘述何者正確？

(A) 公差為 $\frac{28}{5}$ (B) $y=9$ (C) $y^2=xz$ (D) x 和 y 的等差中項為 z

解析

(A) 公差=[23-(-5)]÷4=7 ∴錯誤

(B) $y = \frac{(-5)+23}{2} = 9$ ∴正確

(C) 等差數列中各項無此關係 ∴錯誤

(D) 應改為： x 和 z 的等差中項為 y ∴錯誤

11. (D)

一等差數列 a_1 、 a_2 、 a_3 、...，已知 $a_{69} - a_{42} < 0$ ，則下列哪一個選項正確？

(A) $a_{27} - a_{39} < 0$ (B) $a_{105} - a_{31} > 0$ (C) $a_{15} + a_{63} > a_{18} + a_{60}$ (D) $a_{17} + a_{61} = a_{14} + a_{64}$

解析

$a_{69} - a_{42} < 0 \Rightarrow$ 後項小於前項 \Rightarrow 公差 < 0

(A) $a_{27} - a_{39} > 0$ ∴錯誤

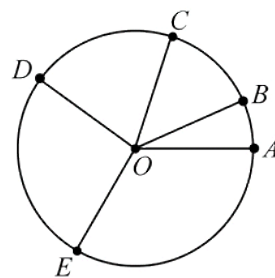
(B) $a_{105} - a_{31} < 0$ ∴錯誤

(C) $a_{63} - a_{60} = a_{18} - a_{15} = 3$ 倍公差 $\Rightarrow a_{15} + a_{63} = a_{18} + a_{60}$ ∴錯誤

(D) $a_{17} - a_{14} = a_{64} - a_{61} = 3$ 倍公差 $\Rightarrow a_{17} + a_{61} = a_{14} + a_{64}$ ∴正確

12. (C)

如圖，圓 O 上依序有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五點，且扇形 OAB 、 OBC 、 OCD 、 ODE 、 OEA 的面積恰成爲一等差數列。若 $\angle AOB = 24^\circ$ ，則 $\angle DOE = ?$
 (A) 72° (B) 84° (C) 96° (D) 108°



解析

扇形 OAB 、 OBC 、 OCD 、 ODE 、 OEA 的面積成一等差數列

$\Rightarrow \angle AOB$ 、 $\angle BOC$ 、 $\angle COD$ 、 $\angle DOE$ 、 $\angle EOA$ 的角度值亦成一等差數列

設公差爲 d

$$\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOE + \angle EOA = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{5 \times [2 \times 24^\circ + (5-1) \times d]}{2} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 48^\circ + 4d = 144^\circ$$

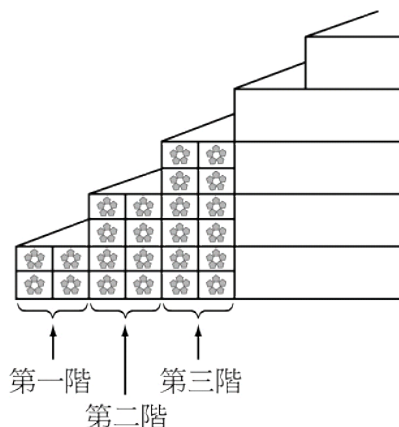
$$\Rightarrow d = 24^\circ$$

$$\therefore \angle DOE = \angle AOB + 3d = 24^\circ + 3 \times 24^\circ = 96^\circ$$

13. (C)

如圖，有一樓梯，每一階的長度、寬度與增加的高度都相等。有一工人在此樓梯的一側貼上大小相同的正方形磁磚，第一階貼了4塊磁磚，第二階貼了8塊磁磚， \dots ，依此規則貼了112塊磁磚後，剛好貼完此樓梯的一側。則此樓梯總共有多少階？

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8



解析

第一階貼4塊，第二階貼8塊，第三階貼12塊

\Rightarrow 每一階所貼的磁磚數依序排列形成一等差數列，首項 $a_1 = 4$ ，公差 $d = 4$

設樓梯總共 n 階，則此等差數列有 n 項

$$\Rightarrow S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n[2 \times 4 + (n-1) \times 4]}{2} = 112$$

$$\Rightarrow \frac{n(4n+4)}{2} = 112$$

$$\Rightarrow n(n+1) = 56$$

$$\Rightarrow n^2 + n - 56 = 0$$

$$\Rightarrow (n+8)(n-7) = 0$$

$$\Rightarrow n = 7 \text{ 或 } -8 \text{ (負不合)}$$

\therefore 此樓梯總共有7階

14. (D)

大呆決定開始存錢，第一天存了4元，第二天存8元，第三天存12元，依此類推。若 a 天共存了 b 元，則 a 與 b 的關係為何？

- (A) $b = 4a$ (B) $a = 4b$ (C) $b = 16a^2$ (D) $b = 2a^2 + 2a$

解析

首項 $a_1 = 4$ ，公差 $d = 8 - 4 = 12 - 8 = 4$

$$a_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow b = \frac{a[2 \times 4 + (a-1) \times 4]}{2} = \frac{a(4a+4)}{2} = 2a^2 + 2a$$

15. (B)

請問下列何者是等差級數？

- (A) 4, 5, 6, 7, 8 (B) $(-1) + (-1) + (-1) + (-1)$ (C) 1+2+3+5+8 (D) 1-2+3-4+5

解析

(A) 4, 5, 6, 7, 8 為等差數列，公差 = 1

(B) $(-1) + (-1) + (-1) + (-1)$ 為等差級數，公差 = 0

(C)(D) 各項間無固定公差，故不為等差級數

16. (C)

若一等差數列前5項分別為 a 、 $a+b$ 、 $a+2b$ 、 $a+3b$ 、 $a+4b$ ，則此等差數列的前20項之和為多少？

- (A) $20a+19b$ (B) $20a+180b$ (C) $20a+190b$ (D) $20a+210b$

解析

首項 $a_1 = a$ ，公差 $d = b$ ， $a_{20} = a+19b$

$$S_n = \frac{n \times (a_1 + a_n)}{2} \Rightarrow S_{20} = \frac{20 \cdot [a + (a+19b)]}{2} = 10 \cdot (2a+19b) = 20a+190b$$

17. (B)

一等差數列前20項和為前8項和的5倍，則其首項與公差的比為多少？

- (A) 2:5 (B) 5:2 (C) 3:2 (D) 2:3

解析

$$S_{20} = 5 \times S_8 \Rightarrow \frac{20 \times [2a_1 + (20-1)d]}{2} = 5 \times \frac{8 \times [2a_1 + (8-1)d]}{2} \Rightarrow 10(2a_1 + 19d) = 20(2a_1 + 7d)$$

$$\Rightarrow 20a_1 + 190d = 40a_1 + 140d \Rightarrow 50d = 20a_1 \Rightarrow 2a_1 = 5d$$

$$\Rightarrow a_1 : d = 5 : 2$$

18. (C)

若一等差級數的前 n 項和為 $\frac{(5n-1)n}{2}$ ，則該級數第11項的值為多少？

- (A) 50 (B) 51 (C) 52 (D) 53

解析

$$a_{11} = S_{11} - S_{10} = \frac{(5 \times 11 - 1) \times 11}{2} - \frac{(5 \times 10 - 1) \times 10}{2} = 297 - 245 = 52$$

19. (C)

光光說：「我在月考前三星期（21天）才開始背單字，第一天只背6個單字，接著每天比前一天增加2個。」則光光這21天共背了多少個單字？

- (A) 540 (B) 542 (C) 546 (D) 548

解析

已知首項 $a_1 = 6$ ，公差 $d = 2$ ，項數 $n = 21$

$$S_{21} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{21 \times (2 \times 6 + 20 \times 2)}{2} = \frac{21 \times 52}{2} = 546$$

∴ 21天共背546個單字

20. (A)

在12與68之間插入 n 個數，使其成為等差數列，若此數列各項的和超過730，則 n 的最小值為多少？

- (A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20

解析

12， $(n$ 個數)，68

則此 $(n+2)$ 個數成等差數列，即 $a_1 = 12$ ， $a_{n+2} = 68$ ， $S_{n+2} > 730$ ，項數為 $n+2$

$$S_{n+2} = \frac{(n+2)(a_1 + a_{n+2})}{2} > 730 \Rightarrow \frac{(n+2)(12+68)}{2} > 730$$

$$\Rightarrow n+2 > \frac{730 \times 2}{80} = 18.25 \Rightarrow n > 16.25$$

∵ n 為整數 ∴ 最小的 n 值為17