段考錦囊

年級：國中二年級

範圍：上學期第二次段考

科目：數學

重點整理

一、一分鐘準備段考

- 清楚定義，能自己推導公式
- 動手做題目，然後修正錯誤
- 多做題目，培養對題型的解題感覺
- 利用名師學院系列產品，反覆觀看、補強弱點

二、重點回顧

平方根與根號的近似值

一、平方根：

1.平方根的意義

若 $x^2=a$，則稱 x 為 a 的平方根

$\because a=x^2=(-x)^2 \quad \therefore x$ 與 $-x$ 皆為 a 的平方根

2.符號

已知 $a\geq 0$，則 a 的平方根以 $\pm\sqrt{a}$ 表示

「$\sqrt{a}$」讀作根號 a，為 a 的正平方根

「$-\sqrt{a}$」讀作負根號 a，為 a 的負平方根

3.性質

任意一個正數皆有正、負兩個平方根

$0^2=0\Rightarrow 0$ 只有一個平方根（0 沒有正、負數之別）

負數沒有實數平方根

二、公式：若 $a=x^2=(-x)^2$，則 a 的平方根為 $\pm x\Rightarrow a$ 的正平方根為 $\sqrt{a}=\sqrt{x^2}=|x|$，負平方根為 $-\sqrt{a}=-\sqrt{x^2}=-|x|$

1. $\sqrt{x^2}=|x|$
2. $\sqrt{(a-b)^2}=|a-b|$
3. $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}=0\Leftrightarrow |a|+|b|=0\Leftrightarrow a=b=0$

三、比大小：若 a 、b 均為正數，則：

1. $a<\sqrt{x}<b\Leftrightarrow a^2<x<b^2$
2. $a<x^2<b\Leftrightarrow \sqrt{a}<|x|<\sqrt{b}$

四、十分逼近法求近似值

1.原理：

若 a、x、b 均為正數，則 $a^2<x<b^2\Leftrightarrow a<\sqrt{x}<b$。

方根的運算

一、方根的運算

1.若 a、b 均為正數，則：

- 乘法：$a\times\sqrt{b}=a\sqrt{b}$
  $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$
- 除法：$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

2.化簡： 若 a、b 均為正數，則$\sqrt{a^2b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=a\sqrt{b}$

二、有理化

1.意義：將帶有根號的分母化為整數（有理數）的過程，稱為有理化。

2.方法

- 設 $a>0$ 、 $b>0$ ，則

  單一根號的分母：$\dfrac{a}{\sqrt{b}}=\dfrac{a}{\sqrt{b}}\times\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}=\dfrac{a\sqrt{b}}{b}$
- 雙根號或混合整數加減的分母：（利用平方差公式）

$$\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\times\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

$$\frac{c}{a+\sqrt{b}}=\frac{c}{a+\sqrt{b}}\times\frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}=\frac{c(a-\sqrt{b})}{a^2-b}$$

三、雙重根號的化簡

設 a、b 均為正數且 $a>b$，則：

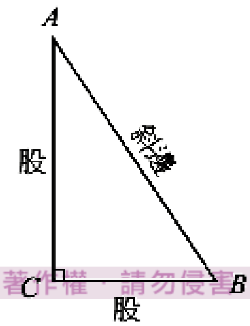
$$\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

$$\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$$

勾股定理

一、勾股定理

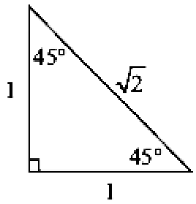
1.定理：在任意的直角三角形中，「斜邊的平方等於兩股的平方和」稱為勾股定理，又稱為畢氏定理或商高定理，即 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$

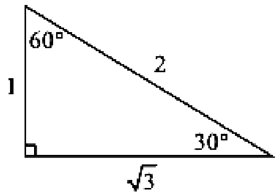


2.常見的直角三角形邊長關係

畢氏數：
(3, 4, 5)、(5, 12, 13)、(7, 24, 25)、(8, 15, 17)、(9, 40, 41)

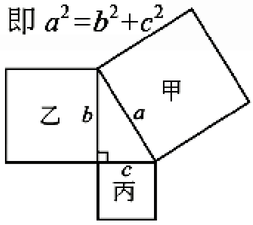
特殊直角三角形：



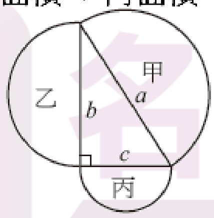


二、勾股定理的應用

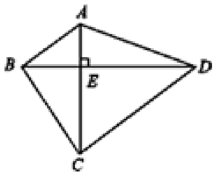
甲面積 ＝ 乙面積 ＋ 丙面積，即 $a^2=b^2+c^2$



甲面積 ＝ 乙面積 ＋ 丙面積



$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

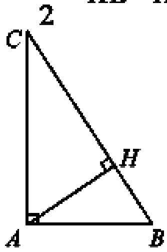


➢ 三角形的高與面積

一、直角三角形

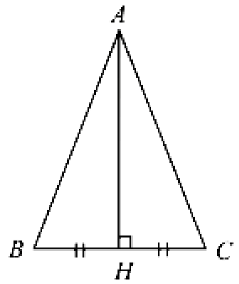
如右圖，ΔABC 面積 $=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$\Rightarrow\overline{AH}=\frac{\overline{AB}\times\overline{AC}}{\overline{BC}}$



二、等腰三角形

底邊上的高 $=\overline{AH}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BH}^2}=\sqrt{\overline{AB}^2-(\dfrac{\overline{BC}}{2})^2}$



三、正三角形

若正三角形的邊長為 a，則：

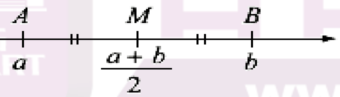
1. 高 $=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$　2. 面積 $=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

➢ 中點與兩點距離

一、數線上的距離與中點

若數線上有兩點 $A(a)$、$B(b)$，則：

1. 兩點距離 $\overline{AB}=|a-b|$
2. $\overline{AB}$ 中點 (M) 坐標為 $\dfrac{a+b}{2}$



二、坐標平面上的距離與中點

若坐標平面上有兩點 $A(x_1, y_1)$、$B(x_2, y_2)$，則：

1. 兩點距離 $\overline{AB}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$
2. $\overline{AB}$ 中點 (M) 坐標為 $(\dfrac{x_1+x_2}{2}, \dfrac{y_1+y_2}{2})$

➢ 因式與倍式

一、因式定理　用 $f(x)$ 表示一個 x 的多項式：

1. 若 $x-a$ 為多項式 $f(x)$ 的因式，則 $f(a)=0$
2. 若 $ax-b$ 為多項式 $f(x)$ 的因式，則 $f(\dfrac{b}{a})=0$

例：

$f(x)=2x^2+3x+1=(2x+1)(x+1)$

(1) 令 $x+1=0 \Rightarrow x=-1$，代入 $f(x)$ 得

$f(-1)=2\cdot(-1)^2+3\cdot(-1)+1=0$

(2) 令 $2x+1=0 \Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$，代入 $f(x)$ 得

$f(-\dfrac{1}{2})=2\cdot(-\dfrac{1}{2})^2+3\cdot(-\dfrac{1}{2})+1=0$

二、餘式定理

1. 若 $f(x)\div(x-a)$ 的餘式為 r，則 $f(a)=r$
2. 若 $f(x)\div(ax-b)$ 的餘式為 r，則 $f(\frac{b}{a})=r$

例：$f(x)=2x^2+3x+3$

(1) 令 $x+1=0 \Rightarrow x=-1$ 代入 $f(x)$
則 $f(-1)=2(-1)^2+3(-1)+3=2-3+3=2$
故可知 $(2x^2+3x+3)\div(x+1)$ 的餘式為 2

(2) 令 $2x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$ 代入 $f(x)$
則 $f(-\frac{1}{2})=2(-\frac{1}{2})^2+3(-\frac{1}{2})+3=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+3=2$
故可知 $(2x^2+3x+3)\div(2x+1)$ 的餘式為 2

提出公因式

一、因式分解

1.常用方法

- 提出公因式
- 分組分解法
- 利用乘法公式分解
- 十字交乘法

2.常用的變化

- $b-a=-a+b=-(a-b)$
- $(b-a)^2=[-(a-b)]^2=(a-b)^2$
- $(b-a)^3=[-(a-b)]^3=-(a-b)^3$
- $(b-a)(y-x)=[-(a-b)][-(x-y)]=(a-b)(x-y)$
- $(ax-bx)^n=[x(a-b)]^n=x^n(a-b)^n$

二、分組分解

1.使用時機：多項式各項表面上無公因式，但將其分成若干組後，組與組之間有共同因式時

2.分解步驟

- 先觀察後分組，使每組間都有公因式
- 提出公因式後再整理、化簡

3.分解要領

- 每組的項數相同
- 各組經排列後，各對應項的係數成比例

例： $ax-bx+cx-ay+by-cy$

$=(ax-bx+cx)-(ay-by+cy)$

$=(a-b+c)x-(a-b+c)y=(a-b+c)(x-y)$

以乘法公式解因式分解

一、利用平方差公式因式分解

1.公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

2.使用時機

因式分解的過程中，遇到兩個平方項相減時

$4x^2-25y^4=(2x)^2-(5y^2)^2=(2x+5y^2)(2x-5y^2)$

二、利用完全平方公式因式分解

1.公式 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

2.使用時機

看到多項式為二次三項式，且平方項為同號時

$x^2+6xy+9y^2=(x)^2+2\cdot x\cdot 3y+(3y)^2=(x+3y)^2$

$16x^2-8xy^2+y^4=(4x)^2-2\cdot 4x\cdot y^2+(y^2)^2=(4x-y^2)^2$

3.常見的完全平方式係數

(1, 2, 1)、(1, 4, 4)、(1, 6, 9)、(1, 8, 16)、(1, 10, 25)、(1, 12, 36)

十字交乘

一、十字交乘因式分解

1.乘法分配律

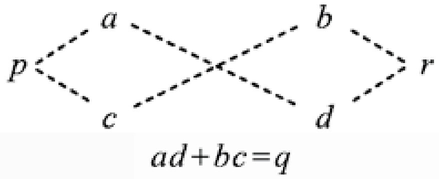
$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

2.十字交乘

二次多項式 px^2+qx+r

若 $p=ac$，$q=ad+bc$，$r=bd$

則 $px^2+qx+r=(ax+b)(cx+d)$



精選試卷及詳解

考試日期僅供參考

國二數學（1）第二單元平方根與勾股定理段考

範圍：	平方根與勾股定理	考試日期：	2014/10/17
適用年級：	國中二年級	適用科目：	數學
題型：	單選題：20題		

一、單選題

1.(　)

下列敘述何者正確？

(A) 任何一個正數均有兩個平方根

(B) 3與-3均是9的平方根，所以$\sqrt{9}=\pm 3$

(C) $\sqrt{16}$的平方根為2

(D) 因為$(-3)^2=9$，所以$\sqrt{9}$可以寫成-3

2.(　)

試求$\dfrac{25}{4}$與$\dfrac{49}{9}$的所有平方根總和為多少？

(A) $\dfrac{25}{9}$　(B) $\dfrac{49}{4}$　(C) $\dfrac{271}{36}$　(D) 0

3.(　)

若$3<\sqrt{N^2}<7$，且N為整數，則N共有幾個？

(A) 5　(B) 6　(C) 7　(D) 8

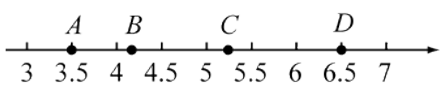
4.(　)

若a為正整數，且$a-1<\sqrt{58}<a$，則$a=$？

(A) 7　(B) 8　(C) 9　(D) 10

5.(　)

右圖的數線上有A、B、C、D四點，其中哪一點所表示的數最接近$\sqrt{13.1}$？



(A) A　(B) B　(C) C　(D) D

6.(　)

下列哪一個數值最接近530的正平方根？

(A) 21　(B) 22　(C) 23　(D) 24

7.(　)

下列何者為有理數？

(A) π　(B) $\sqrt{4.9}$　(C) $\sqrt{1.96}$　(D) $\sqrt{12}$

8.(　)

請問 $-\sqrt{191}$ 化成小數後的近似值中，最接近的整數為何？

(A) -12　(B) -13　(C) -14　(D) -15

9.(　)

下列選項中表示的數，哪一個不是整數？

(A) $\sqrt{98}+\sqrt{2}$　(B) $\sqrt{98}\times\sqrt{2}$　(C) $\sqrt{196}-\sqrt{4}$　(D) $\sqrt{196}\div\sqrt{4}$

10.(　)

若 $\sqrt{6}+\sqrt{6}=\sqrt{N}$，則 $N=$？

(A) 12　(B) 18　(C) 24　(D) 36

11.(　)

設甲 $=4\sqrt{5}\div(-\sqrt{8})$，乙 $=\dfrac{\sqrt{20}}{3}\times 6\sqrt{12}\div\sqrt{24}$，則甲 $+$ 乙 $=$？

(A) $-\sqrt{10}+2$　(B) $-3\sqrt{10}$　(C) $2\sqrt{10}$　(D) $\sqrt{10}$

12.(　)

$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{7}-3}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{7}+3}=$？

(A) $\dfrac{\sqrt{7}}{5}$　(B) $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$　(C) $-\dfrac{\sqrt{7}}{5}$　(D) $-\dfrac{\sqrt{7}}{7}$

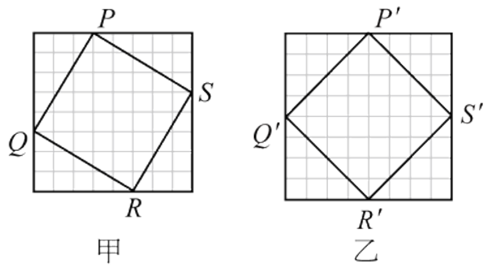
13.(　)

試求 $(\sqrt{5}+\sqrt{6})^{200}\times(\sqrt{6}-\sqrt{5})^{200}$ 之值為何？

(A) 1　(B) 11　(C) 22　(D) 200

14.(　)

右圖中甲、乙為兩張大小不同的8×8方格紙，其中兩正方形$PQRS$、$P'Q'R'S'$分別在兩方格紙上，且各頂點均在格線的交點上。設兩正方形的面積相等，根據圖中兩正方形的位置，求甲、乙兩方格紙的面積比為何？
(A) 4：5　(B) 9：10　(C) 15：16　(D) 16：17



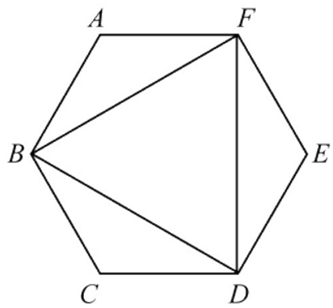
15.(　)
已知直角三角形中，兩股長的平方和等於斜邊長的平方。若一直角三角形的兩股長各為2公分及3公分，且斜邊長a公分，則下列哪一個選項是正確的？
(A) $3.0<a<3.5$　(B) $3.5<a<4.0$　(C) $4.0<a<4.5$　(D) $4.5<a<5.0$

16.(　)
下列何者可以為直角三角形的三邊長？
(A) $\sqrt{1}$、$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$　(B) $\sqrt{3}$、$\sqrt{4}$、$\sqrt{5}$　(C) 1、2、3　(D) 3^2、4^2、5^2

17.(　)
小宇買了一個液晶螢幕，已知螢幕的長寬比為 4：3，對角線長為 50 公分，請問此螢幕的面積為多少平方公分？
(A) 1000　(B) 1200　(C) 1500　(D) 2000

18.(　)
兩隻螞蟻位於邊長5公分的立方體表面，請問這兩隻螞蟻相距最遠為多少公分？
(A) 25　(B) $5\sqrt{3}$　(C) 10　(D) $10\sqrt{3}$

19.(　)
已知正六邊形的每一內角為$120°$，設一正六邊形$ABCDEF$的邊長為 2，則ΔBDF的面積為何？
(A) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$　(B) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$　(C) $2\sqrt{3}$　(D) $3\sqrt{3}$



20.(　)

直角坐標平面上有 $A(2,7)$ 、 $B(-1,3)$ 、 $C(3,0)$ 三點，下列敘述何者<u>錯誤</u>？

(A) ΔABC 為等腰直角三角形　　(B) ΔABC 的周長為 $10+5\sqrt{2}$

(C) B 點到 $\overline{AB}$ 的最短距離為 $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$　　(D) ΔABC 的面積為 $\dfrac{25}{2}$

國二數學（1）第二單元平方根與勾股定理段考

範圍：	平方根與勾股定理	考試日期：	2014/10/17
適用年級：	國中二年級	適用科目：	數學
題型：	單選題：20題		

一、單選題

1.(A)

下列敘述何者正確？

(A) 任何一個正數均有兩個平方根

(B) 3 與 -3 均是 9 的平方根，所以 $\sqrt{9}=\pm 3$

(C) $\sqrt{16}$ 的平方根爲 2

(D) 因爲 $(-3)^2=9$，所以 $\sqrt{9}$ 可以寫成 -3

解析

(A) 正確

(B) $\sqrt{9}=3$

(C) $\sqrt{16}=4$，4 的平方根爲 ± 2

(D) $\sqrt{9}=3$

2.(D)

試求 $\frac{25}{4}$ 與 $\frac{49}{9}$ 的所有平方根總和爲多少？

(A) $\frac{25}{9}$ (B) $\frac{49}{4}$ (C) $\frac{271}{36}$ (D) 0

解析

$\frac{25}{4}$ 的平方根爲 $\pm\frac{5}{2}$，$\frac{49}{9}$ 的平方根爲 $\pm\frac{7}{3}$，故所有平方根總和爲 0

3.(B)

若 $3<\sqrt{N^2}<7$，且 N 爲整數，則 N 共有幾個？

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

解析

$3<\sqrt{N^2}<7 \Rightarrow 3<|N|<7$

$\because N$ 爲整數 $\therefore N$ 可爲 ± 4，± 5，± 6

$\Rightarrow N$ 共有 6 個

4.(B)

若 a 爲正整數，且 $a-1<\sqrt{58}<a$，則 $a=$？

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

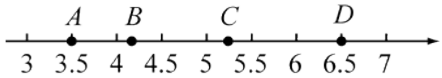
解析

$7^2=49<58<64=8^2 \Rightarrow 7<\sqrt{58}<8 \Rightarrow 8-1<\sqrt{58}<8$

$\therefore a=8$

5.(A)

右圖的數線上有 A 、 B 、 C 、 D 四點，其中哪一點所表示的數最接近 $\sqrt{13.1}$ ？



(A) A (B) B (C) C (D) D

解析

$3.5^2=12.25$ ， $4^2=16$

$\because 12.25<13.1<16$ ，且 13.1 較接近 12.25

$\therefore 3.5<\sqrt{13.1}<4$ ，且 $\sqrt{13.1}$ 較接近 3.5

$\Rightarrow \sqrt{13.1}$ 最接近 A 點

6.(C)

下列哪一個數值最接近 530 的正平方根？

(A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24

解析

(A) $21^2=441$ ， $530-441=89$

(B) $22^2=484$ ， $530-484=46$

(C) $23^2=529$ ， $530-529=1$

(D) $24^2=576$ ， $576-530=46$

$\therefore$23 最接近 530 的正平方根

7.(C)

下列何者爲有理數？

(A) π (B) $\sqrt{4.9}$ (C) $\sqrt{1.96}$ (D) $\sqrt{12}$

解析

(A) π 爲圓周率，爲無理數

(B) $\because$ 4.9 不能以完全平方表示 $\therefore$爲無理數

(C) $\because 1.96=1.4^2$ $\therefore \sqrt{1.96}=1.4$ ，爲有理數

(D) $\because$ 12不能以完全平方表示 $\therefore$爲無理數

8.(C)

請問 $-\sqrt{191}$ 化成小數後的近似值中，最接近的整數爲何？

(A) -12 (B) -13 (C) -14 (D) -15

解析

$13^2=169<191<196=14^2 \Rightarrow 13<\sqrt{191}<14$
又196較接近191 ⇒ 14比13更接近
∴最接近$-\sqrt{191}$的整數為-14

9.(A)
下列選項中表示的數，哪一個<u>不是</u>整數？
(A) $\sqrt{98}+\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{98}\times\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{196}-\sqrt{4}$ (D) $\sqrt{196}\div\sqrt{4}$

解析
(A) $\sqrt{98}+\sqrt{2}=\sqrt{2\times 7^2}+\sqrt{2}=7\sqrt{2}+\sqrt{2}=8\sqrt{2}$
(B) $\sqrt{98}\times\sqrt{2}=\sqrt{2\times 7^2}\times\sqrt{2}=\sqrt{2^2\times 7^2}=14$
(C) $\sqrt{196}-\sqrt{4}=\sqrt{14^2}-\sqrt{2^2}=14-2=12$
(D) $\sqrt{196}\div\sqrt{4}=\sqrt{14^2}\div\sqrt{2^2}=14\div 2=7$
∴只有(A)非整數

10.(C)
若$\sqrt{6}+\sqrt{6}=\sqrt{N}$，則$N=$ ？
(A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 36

解析
$\sqrt{6}+\sqrt{6}=2\sqrt{6}=\sqrt{6\times 2^2}=\sqrt{24}$ $\therefore N=24$

11.(D)
設甲$=4\sqrt{5}\div(-\sqrt{8})$，乙$=\dfrac{\sqrt{20}}{3}\times 6\sqrt{12}\div\sqrt{24}$，則甲+乙= ？
(A) $-\sqrt{10}+2$ (B) $-3\sqrt{10}$ (C) $2\sqrt{10}$ (D) $\sqrt{10}$

解析
甲$=4\sqrt{5}\div(-\sqrt{8})=-\dfrac{4\sqrt{5}}{\sqrt{8}}=-\dfrac{\sqrt{80}}{\sqrt{8}}=-\sqrt{\dfrac{80}{8}}=-\sqrt{10}$

乙$=\dfrac{\sqrt{20}}{3}\times 6\sqrt{12}\div\sqrt{24}=2\sqrt{20\times 12\div 24}=2\sqrt{10}$
∴甲+乙$=-\sqrt{10}+2\sqrt{10}=\sqrt{10}$

12.(B)
$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{7}-3}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{7}+3}=$ ？
(A) $\dfrac{\sqrt{7}}{5}$ (B) $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$ (C) $-\dfrac{\sqrt{7}}{5}$ (D) $-\dfrac{\sqrt{7}}{7}$

解析

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{7}-3}-\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{7}+3}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{7}+3}{(\sqrt{2}+\sqrt{7}-3)(\sqrt{2}+\sqrt{7}+3)}-\frac{\sqrt{2}-\sqrt{7}-3}{(\sqrt{2}-\sqrt{7}+3)(\sqrt{2}-\sqrt{7}-3)}$$
$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{7}+3}{(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2-3^2}-\frac{\sqrt{2}-\sqrt{7}-3}{(\sqrt{2}-\sqrt{7})^2-3^2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{7}+3}{2\sqrt{14}}-\frac{\sqrt{2}-\sqrt{7}-3}{-2\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{7}+3+\sqrt{2}-\sqrt{7}-3}{2\sqrt{14}}$$
$$=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{14}}=\sqrt{\frac{2}{14}}=\sqrt{\frac{1}{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$$

13.(A)

試求$(\sqrt{5}+\sqrt{6})^{200}\times(\sqrt{6}-\sqrt{5})^{200}$之值爲何？

(A) 1　(B) 11　(C) 22　(D) 200

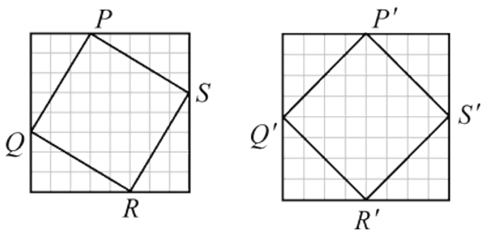
解析

$$(\sqrt{5}+\sqrt{6})^{200}\times(\sqrt{6}-\sqrt{5})^{200}=[(\sqrt{5}+\sqrt{6})\times(\sqrt{6}-\sqrt{5})]^{200}=[(\sqrt{6}+\sqrt{5})\times(\sqrt{6}-\sqrt{5})]^{200}$$
$$=[(\sqrt{6})^2-(\sqrt{5})^2]^{200}=1^{200}=1$$

14.(D)

右圖中甲、乙爲兩張大小不同的8×8方格紙，其中兩正方形$PQRS$、$P'Q'R'S'$分別在兩方格紙上，且各頂點均在格線的交點上。設兩正方形的面積相等，根據圖中兩正方形的位置，求甲、乙兩方格紙的面積比爲何？

(A) 4：5　(B) 9：10　(C) 15：16　(D) 16：17



甲　　乙

解析

設甲方格紙每一方格邊長爲a

乙方格紙每一方格邊長爲b

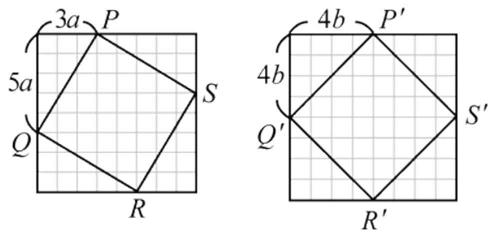
則$\overline{PQ}^2=(3a)^2+(5a)^2=34a^2$

$\overline{P'Q'}^2=(4b)^2+(4b)^2=32b^2$

$\because$兩正方形$PQRS$、$P'Q'R'S'$面積相等

$\Rightarrow 34a^2=32b^2\Rightarrow a^2：b^2=32：34=16：17$

$\therefore$甲、乙面積比$=(8a)^2：(8b)^2=64a^2：64b^2=a^2：b^2=16：17$



甲　　乙

15.(B)

已知直角三角形中，兩股長的平方和等於斜邊長的平方。若一直角三角形的兩股長各爲2公分及3公分，且斜邊長a公分，則下列哪一個選項是正確的？

(A) $3.0<a<3.5$　(B) $3.5<a<4.0$　(C) $4.0<a<4.5$　(D) $4.5<a<5.0$

解析

$\because$ 直角三角形的兩股長為 2 公分及 3 公分，斜邊長 a 公分　$\therefore 2^2+3^2=a^2$

$\Rightarrow 4+9=a^2 \Rightarrow a=\pm\sqrt{13}$（負不合）

$3^2=9$，$3.5^2=12.25$，$4^2=16$

$\because 3.5^2=12.25<13<16=4^2$　$\therefore 3.5<\sqrt{13}<4$

$\Rightarrow 3.5<a<4$

16.(A)

下列何者可以為直角三角形的三邊長？

(A) $\sqrt{1}$、$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$　(B) $\sqrt{3}$、$\sqrt{4}$、$\sqrt{5}$　(C) 1、2、3　(D) 3^2、4^2、5^2

解析

(A) $(\sqrt{1})^2+(\sqrt{2})^2=(\sqrt{3})^2$　$\therefore \sqrt{1}$、$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$ 可為直角三角形三邊長

(B) $(\sqrt{3})^2+(\sqrt{4})^2\neq(\sqrt{5})^2$　$\therefore \sqrt{3}$、$\sqrt{4}$、$\sqrt{5}$ 不可為直角三角形三邊長

(C) $1^2+2^2\neq 3^2$　$\therefore$ 1、2、3 不可為直角三角形三邊長

(D) $(3^2)^2+(4^2)^2\neq(5^2)^2$　$\therefore 3^2$、4^2、5^2 不可為直角三角形三邊長

17.(B)

小宇買了一個液晶螢幕，已知螢幕的長寬比為 4：3，對角線長為 50 公分，請問此螢幕的面積為多少平方公分？

(A) 1000　(B) 1200　(C) 1500　(D) 2000

解析

設長為 $4k$ 公分，寬為 $3k$ 公分

$\Rightarrow \sqrt{(4k)^2+(3k)^2}=50 \Rightarrow \sqrt{25k^2}=50 \Rightarrow 5k=50 \Rightarrow k=10$

$\therefore$ 螢幕的長為 $4\times10=40$ 公分，寬為 $3\times10=30$ 公分

$\Rightarrow$ 面積為 $40\times30=1200$ 平方公分

18.(B)

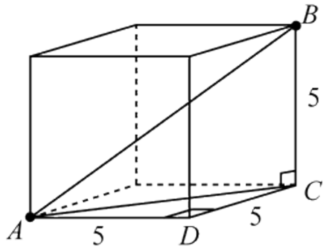
兩隻螞蟻位於邊長 5 公分的立方體表面，請問這兩隻螞蟻相距最遠為多少公分？

(A) 25　(B) $5\sqrt{3}$　(C) 10　(D) $10\sqrt{3}$

解析

如圖，兩隻螞蟻相距最遠的距離為 $\overline{AB}$

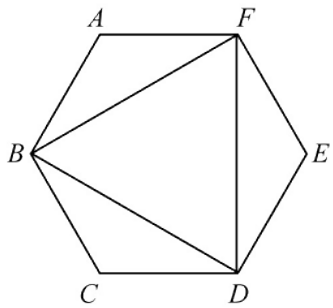
$$\begin{aligned}\Rightarrow \overline{AB}&=\sqrt{\overline{BC}^2+\overline{AC}^2}\\&=\sqrt{\overline{BC}^2+(\overline{AD}^2+\overline{CD}^2)}\\&=\sqrt{5^2+5^2+5^2}\\&=5\sqrt{3}\end{aligned}$$



19.(D)

已知正六邊形的每一內角爲120°，設一正六邊形$ABCDEF$ 的邊長爲 2，則ΔBDF 的面積爲何？

(A) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$　(B) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$　(C) $2\sqrt{3}$　(D) $3\sqrt{3}$



解析

$\because \overline{BC}=\overline{CD}$　$\therefore \Delta BCD$ 爲等腰三角形

$\Rightarrow \angle CDB=\dfrac{180^\circ-120^\circ}{2}=30^\circ$

同理，$\angle EDF=30^\circ$

$\Rightarrow \angle BDF=120^\circ-30^\circ-30^\circ=60^\circ$

同理，$\angle FBD=\angle BFD=60^\circ$

ΔBDF 爲正三角形

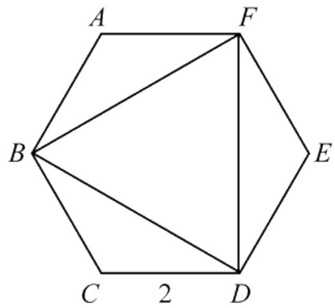
設$\overline{CG}$爲ΔBCD上的高

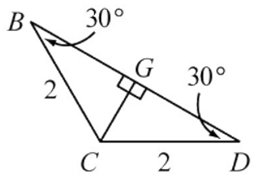
$\Rightarrow \Delta BCG$爲$30^\circ-60^\circ-90^\circ$的直角三角形

$\because \overline{BC}=2$　$\therefore \overline{BG}=\sqrt{3}$

$\Rightarrow \overline{BD}=2\overline{BG}=2\sqrt{3}$

ΔBDF 面積$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}$





20.(C)

直角坐標平面上有$A(2,7)$、$B(-1,3)$、$C(3,0)$三點，下列敘述何者錯誤？

(A) ΔABC 爲等腰直角三角形　(B) ΔABC 的周長爲$10+5\sqrt{2}$

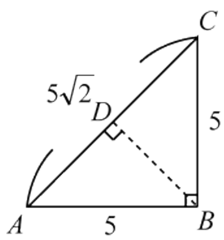
(C) B點到$\overline{AB}$的最短距離爲$\dfrac{\sqrt{2}}{5}$　(D) ΔABC 的面積爲$\dfrac{25}{2}$

解析

$A(2,7)$，$B(-1,3)\Rightarrow \overline{AB}=\sqrt{[2-(-1)]^2+(7-3)^2}=\sqrt{25}=5$

$B(-1,3)$，$C(3,0)\Rightarrow \overline{BC}=\sqrt{(-1-3)^2+(3-0)^2}=\sqrt{25}=5$

$A(2,7)$，$C(3,0)\Rightarrow \overline{AC}=\sqrt{(2-3)^2+(7-0)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$



$\because \overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC}=5:5:5\sqrt{2}=1:1:\sqrt{2}$

$\therefore \Delta ABC$爲$\angle B=90^\circ$的等腰直角三角形

$\Rightarrow$周長爲$5+5+5\sqrt{2}=10+5\sqrt{2}$

B點到$\overline{AC}$的最短距離即爲$\overline{AC}$上的高

$\Rightarrow \overline{BD}\times 5\sqrt{2}=5\times 5\Rightarrow \overline{BD}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

ΔABC面積$=\dfrac{1}{2}\times 5\times 5=\dfrac{25}{2}$