段考錦囊

年級：國中二年級

範圍：上學期第三次段考

科目：數學

重點整理

一、一分鐘準備段考

- 清楚定義，能自己推導公式
- 動手做題目，然後修正錯誤
- 多做題目，培養對題型的解題感覺
- 利用名師學院系列產品，反覆觀看、補強弱點

二、重點回顧

一元二次方程式的意義

1.意義

當方程式經化簡後只含有一種未知數，而且此未知數的最高次數爲二次時，則這類方程式稱爲一元二次方程式。

例 $x^2-3x+10=0$ 、 $3x^2+5=0$ 、 $5x^2=0$ 、 $(x+1)(3x-5)=0$ 、 $6x-7x^2=0$

都是一元二次方程式

2.方程式的解（根）

將方程式的未知數用一數值代入後，若使得方程式等號成立，則此數就稱爲方程式的解。

提公因式法求解

利用提出公因式的方法，將方程式分解成 $a\times b=0$ ，則可由 $a=0$ 或 $b=0$（a、b 至少有一個是 0）來解出方程式的根。

例 $x^2+2x=0$ 提出公因式 $x\Rightarrow x(x+2)=0$

則 $x=0$ 或 $x+2=0\Rightarrow x=0$ 或 $x=-2$

$\therefore$ 0、-2 即爲 $x^2+2x=0$ 的解（根）

平方公式

觀念 1 和的平方公式求解

和的平方公式： $x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$

例 $x^2+10x+25=0$

$\Rightarrow x^2+2\cdot x\cdot 5+5^2=0$

$\Rightarrow (x+5)^2=0$

$\Rightarrow x=-5$（重根）

觀念 2 差的平方公式求解

差的平方公式： $x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$

例 $x^2-12x+36=0$

$\Rightarrow x^2-2\cdot x\cdot 6+6^2=0$

$\Rightarrow (x-6)^2=0$

$\Rightarrow x=6$（重根）

觀念 3 平方差公式求解

平方差公式： $x^2-a^2=(x+a)(x-a)$

$\boxed{\text{例}}$ $9x^2-4=0$

$\Rightarrow (3x)^2-2^2=0$

$\Rightarrow (3x+2)(3x-2)=0$

$\Rightarrow (3x+2)=0$ 或 $(3x-2)=0$

$\Rightarrow x=-\dfrac{2}{3}$ 或 $\dfrac{2}{3}$

➢ 十字交乘法求解

分解方法（二次項係數等於 1 時）

設方程式爲 $x^2+Px+Q=0$

步驟 1：將常數項 Q 分解成兩整數 a、b 之乘積，即 $Q=a\times b$

步驟 2：使分解後的兩數 a、b 之和等於 x 的係數 P，即 $a+b=P$。

由上兩個步驟可得 $x^2+Px+Q=0$

$\Rightarrow x^2+(a+b)x+a\times b=0$

$\Rightarrow (x+a)(x+b)=0$

$\Rightarrow x=-a$ 或 $x=-b$

$\boxed{\text{例}}$ $-3x^2+10x+1=-2x+10$

$\Rightarrow -3x^2+12x-9=0$

$\Rightarrow x^2-4x+3=0$（左右同除以 -3）

$\Rightarrow (x-3)(x-1)=0$

$\Rightarrow x=3$ 或 1

$$\begin{array}{ccc} x & \times & -3 \\ x & & -1 \\ \hline & -4x & \end{array}$$

➢ 開平方根解方程式

1. x 項係數是 1

將 $(x+p)^2=q$ 左右開平方

$\Rightarrow x+p=\pm\sqrt{q} \Rightarrow x=-p\pm\sqrt{q}$

$\boxed{\text{例}}$ $(x+3)^2=5$

$\Rightarrow x+3=\pm\sqrt{5}$

$\Rightarrow x=-3\pm\sqrt{5}$

2. x 項係數不是 1

將$(ax+b)^2=k$ 左右開平方

$$\Rightarrow ax+b=\pm\sqrt{k}\Rightarrow ax=-b\pm\sqrt{k}\Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{k}}{a}$$

$\boxed{例}$ $(3x-1)^2=8$

$\Rightarrow 3x-1=\pm\sqrt{8}$

$\Rightarrow 3x=1\pm\sqrt{8}$

$\Rightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{8}}{3}$

➢ 配方法

1.原理

利用平方公式將一元二次方程式配成完全平方式 $x^2+2bx+b^2=(x+b)^2$ 或 $x^2-2bx+b^2=(x-b)^2$

2.方法

將 $x^2+mx\ (m\neq 0)$ 此類的多項式加上$(\dfrac{m}{2})^2$後，配成完全平方式 $(x+\dfrac{m}{2})^2$，即

$x^2+mx+(\dfrac{m}{2})^2=x^2+2\cdot(\dfrac{m}{2})\cdot x+(\dfrac{m}{2})^2=(x+\dfrac{m}{2})^2$ 。

$\boxed{例}$ 將 x^2+6x 配成完全平方式，應加上 3^2，即爲 $x^2+6x+9=(x+3)^2$

口訣：加上前面係數一半的平方

➢ 配方法解方程式

將方程式中二次項與一次項的部分配成完全平方式，再利用解平方根的概念求方程式的解。

1.使用時機

無法使用十字交乘法求解，或常數項很大時，可利用配方法解方程式。

2.使用步驟

設 $a\neq 0$ ，用配方法解方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的步驟如下：

(1)將常數項移到等號的右邊…………$ax^2+bx+c=0\Rightarrow ax^2+bx=-c$

(2)將 x^2 項係數變爲 1……………………$\Rightarrow x^2+\dfrac{b}{a}x=-\dfrac{c}{a}$

(3)左右加上(x 項係數的 $\dfrac{1}{2})^2$……………$\Rightarrow x^2+\dfrac{b}{a}x+(\dfrac{b}{2a})^2=-\dfrac{c}{a}+(\dfrac{b}{2a})^2$

(4)左邊寫成完全平方式，右邊整理…$\Rightarrow (x+\dfrac{b}{2a})^2=-\dfrac{4ac}{4a^2}+\dfrac{b^2}{4a^2}=\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}$

(5)左右開平方（右邊記得寫±）………$\Rightarrow x+\dfrac{b}{2a}=\pm\sqrt{\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}}$

(6)移項……………………………………$\Rightarrow x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

一元二次方程式根的公式

利用配方法解 x 的一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$：

$ax^2+bx+c=0$，其中 $a\neq 0$

$\Rightarrow ax^2+bx=-c$

$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$

$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=-\frac{c}{a}+(\frac{b}{2a})^2$

$\Rightarrow (x+\frac{b}{2a})^2=-\frac{4ac}{4a^2}+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

$\Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$

$\Rightarrow x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

可得 x 的一元二次方程式根的公式為 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，其中 a 為二次項係數，b 為一次項係數，c 為常數項。

一元二次方程式根的性質

一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 之兩根為 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，其中，根號中的 b^2-4ac 可決定此解是否合理，故 b^2-4ac 稱為判別式。判別方式如下：

1.若 $b^2-4ac>0$

則此方程式有兩相異實根，即 $x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$、$\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$。

2.若 $b^2-4ac=0$

則方程式有兩相等實根，即 $x=\frac{-b}{2a}$、$\frac{-b}{2a}$。

3.若 $b^2-4ac<0$

則此方程式沒有實根（即為無解）。

綜合 1、2 可知，若 $b^2-4ac\geq 0$，則此方程式有實根。

根與係數的關係

若 α、β 為一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的兩根，則：

1. 兩根之和 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$
2. 兩根之積 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

已知兩根求作方程式

【型一】將配方法步驟逆推回來（左右平方），即可由方程式的無理根求得原方程式。

例 已知$x^2+bx+c=0$之兩根為$x=2\pm\sqrt{3}$，求b 、 $c=$？

解 $x=2\pm\sqrt{3}\Rightarrow x-2=\pm\sqrt{3}\Rightarrow (x-2)^2=(\pm\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow x^2-4x+4=3\Rightarrow x^2-4x+1=0$

$\therefore b=-4$ ， $c=1$

說明：方程式的解若是無理數，就稱之為無理根。

【型二】若已知α、β為一元二次方程式的兩根，則可列方程式為

$(x-\alpha)(x-\beta)=0$ ，即$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$ 。

例 若 2、3 為方程式的兩根，則此方程式為$(x-2)(x-3)=0$ ，

即$x^2-(2+3)x+2\times3=0\Rightarrow x^2-5x+6=0$

精選試卷及詳解

考試日期僅供參考

國二數學（1）第四單元一元二次方程式段考

範圍：	一元二次方程式	考試日期：	2014/11/12
適用年級：	國中二年級	適用科目：	數學
題型：	單選題：20題		

一、單選題

1.(　)
若$x^2+x-2=0$，且$(x^2+x+a)^2+3(2x^2+2x+a)-4=20$，則$a^2+7a=$？
(A) 8　(B) 10　(C) -8　(D) -10

2.(　)
已知方程式$(\frac{x}{3}-1)(x+2)=0$的兩根為a、b，其中$a>b$，則下列哪一個選項是正確的？
(A) $3a=-6$　(B) $2b=6$　(C) $a+b=1$　(D) $a-b=-1$

3.(　)
若a、b為方程式$x(3x+7)=0$的兩根，且$a>b$，則$b-a=$？
(A) $\frac{7}{3}$　(B) $\frac{3}{7}$　(C) $-\frac{7}{3}$　(D) $-\frac{3}{7}$

4.(　)
若a、b為方程式$(3x-8)^2-(7x-12)^2=0$的兩根，且$a>b$，則$a+b=$？
(A) -3　(B) -2　(C) 0　(D) 3

5.(　)
設$x^2+8x+15=(x-k)^2-1$，則$k=$？
(A) -4　(B) -2　(C) 2　(D) 4

6.(　)
已知一元二次方程式$x^2+ax-16=0$的兩根均為整數，$a>0$且a為二位數，求a的個位數字與十位數字相差為何？
(A) 0　(B) 1　(C) 4　(D) 6

7.(　)
若b為正數且方程式$x^2-x-b=0$的兩根均為整數，則b可能為下列哪一數？
(A) $2\times3\times5\times11$　(B) $2\times3\times7\times11$　(C) $2\times5\times7\times11$　(D) $3\times5\times7\times11$

8.(　)

下列何者為方程式$91x^2-53x+6=0$的解？

(A) $-\frac{2}{7}$　(B) $-\frac{3}{7}$　(C) $\frac{2}{13}$　(D) $\frac{3}{13}$

9.(　)

若一元二次方程式$x^2-25x+k=0$之兩根p、q均為質數，則$|p-q|=$？

(A) 21　(B) 23　(C) 25　(D) 27

10.(　)

已知a、b為方程式$(\frac{2}{5}x+1)^2=680$的兩根，且$a>b$，

利用右表，求$\frac{2}{5}a-\frac{2}{5}b$之值最接近下列哪一數？

(A) 0　(B) 2　(C) 37　(D) 52

N	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
2	1.414	4.472
5	2.236	7.071
34	5.831	18.439
68	8.246	26.077

11.(　)

已知$x^2-6x+b=0$可配方成$(x-a)^2=7$的型式。請問$x^2-6x+b=2$可配方成下列何種型式？

(A) $(x-a)^2=5$　(B) $(x-a)^2=9$　(C) $(x-a+2)^2=9$　(D) $(x-a+2)^2=5$

12.(　)

若一元二次方程式$x^2-2x-323=0$的兩根為a、b，且$a>b$，則$2a+b=$？

(A) 53　(B) 15　(C) 55　(D) 21

13.(　)

樂樂以配方法解$2x^2-bx+a=0$，可得$x-\frac{2}{3}=\pm\frac{\sqrt{15}}{2}$。求$a=$？

(A) -6　(B) -3　(C) 6　(D) 3

14.(　)

設a、b為$x^2-4x-1=0$的兩根，且$a>b$，則$|5-a|-|1+b|$之值為何？

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3

15.(　)

若 x 的方程式 $(k-1)x^2+kx+1=0$ 兩根相等，則 $k=$ ？

(A) -5　(B) 1　(C) 2　(D) 6

16.(　)

若一元二次方程式 $x^2-15x-a=0$ 的一根為另一根的 4 倍，則 $a=$ ？

(A) 30　(B) 36　(C) -30　(D) -36

17.(　)

已知 $144+12a+b=0$ 且 $3600+60a+b=0$，則 $a+b$ 之值為何？

(A) 648　(B) 700　(C) 720　(D) 748

18.(　)

如圖，有 A 型、B 型、C 型三種不同的紙板，其中

A 型：邊長為 π 公分（π 為圓周率）的正方形，共有 7 塊；

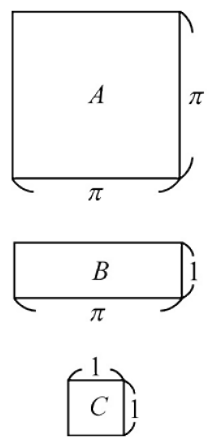
B 型：邊長為 π 公分，寬為 1 公分的長方形，共有 17 塊；

C 型：邊長為 1 公分的正方形，共有 12 塊。

從這 36 塊紙板中，拿掉一塊紙板，使得剩下的紙板在不重疊的情況下，可以緊密的排出一個大長方形，請問拿掉的是哪一種紙板？

(A) A 型　(B) B 型

(C) C 型　(D) 完全不用拿掉，就可排出一個大長方形



19.(　)

寰宇國中的校園內有一棵松樹，為慶祝校慶，在樹頂端綁了兩條等長的彩帶。已知每條彩帶的長度比樹高的 2 倍少了 2 公尺，小寰和小宇兩人各拿了一條彩帶背對背往相反方向走，當兩條彩帶分別拉直時，小寰和小宇兩人相距 16 公尺，如圖，則松樹的高度為多少公尺？

(A) 6　(B) 7　(C) 8　(D) 9

20.(　)

在下方的式子中，若☆代表同一個數，且$A+B+C+D=36$，則☆所表示的數可能是多少？

☆ + ☆ = A

☆ − ☆ = B

☆ × ☆ = C

☆ ÷ ☆ = D

(A) 4　(B) 5　(C) 6　(D) 7

國二數學（1）第四單元一元二次方程式段考

範圍：	一元二次方程式	考試日期：	2014/11/12
適用年級：	國中二年級	適用科目：	數學
題型：	單選題：20題		

一、單選題

1.(A)

若$x^2+x-2=0$，且$(x^2+x+a)^2+3(2x^2+2x+a)-4=20$，則$a^2+7a=$？

(A) 8　(B) 10　(C) -8　(D) -10

解析

$\because x^2+x-2=0 \quad \therefore x^2+x=2$

$\Rightarrow (x^2+x+a)^2+3(2x^2+2x+a)-4$

$=[(x^2+x)+a]^2+3[2(x^2+x)+a]-4$

$=(2+a)^2+3(2\times 2+a)-4$

$=4+4a+a^2+12+3a-4$

$=a^2+7a+12=20$

$\Rightarrow a^2+7a=8$

2.(C)

已知方程式$(\frac{x}{3}-1)(x+2)=0$的兩根為a、b，其中$a>b$，則下列哪一個選項是正確的？

(A) $3a=-6$　(B) $2b=6$　(C) $a+b=1$　(D) $a-b=-1$

解析

$(\frac{x}{3}-1)(x+2)=0 \Rightarrow \frac{x}{3}-1=0$或$x+2=0 \Rightarrow x=3$或$-2$

$\because a>b \quad \therefore a=3$，$b=-2$

(A) $3a=3\times 3=9\neq -6$

(B) $2b=2\times(-2)=-4\neq 6$

(C) $a+b=3+(-2)=1$

(D) $a-b=3-(-2)=5\neq -1$

3.(C)

若a、b為方程式$x(3x+7)=0$的兩根，且$a>b$，則$b-a=$？

(A) $\frac{7}{3}$　(B) $\frac{3}{7}$　(C) $-\frac{7}{3}$　(D) $-\frac{3}{7}$

解析

$x(3x+7)=0 \Rightarrow x=0$或$3x+7=0 \Rightarrow x=0$或$-\frac{7}{3}$

$\because a>b \quad \therefore a=0$，$b=-\frac{7}{3}$

$\Rightarrow b-a=-\frac{7}{3}-0=-\frac{7}{3}$

4.(D)

若 a 、 b 爲方程式 $(3x-8)^2-(7x-12)^2=0$ 的兩根，且 $a>b$ ，則 $a+b=$ ？

(A) -3 (B) -2 (C) 0 (D) 3

解析

$(3x-8)^2-(7x-12)^2=0$

$\Rightarrow [(3x-8)+(7x-12)][(3x-8)-(7x-12)]=0$

$\Rightarrow (10x-20)(-4x+4)=0$

$\Rightarrow 10(x-2)\cdot(-4)(x-1)=0$

$\Rightarrow (x-2)(x-1)=0$

$\therefore x=2$ 或 1

$\because a>b$ $\therefore a=2$ ， $b=1$

$\Rightarrow a+b=2+1=3$

5.(A)

設 $x^2+8x+15=(x-k)^2-1$ ，則 $k=$ ？

(A) -4 (B) -2 (C) 2 (D) 4

解析

$x^2+8x+15=(x-k)^2-1$

$\Rightarrow x^2+8x+16=(x-k)^2$

$\Rightarrow x^2+2\cdot x\cdot 4+4^2=(x-k)^2$

$\Rightarrow (x+4)^2=(x-k)^2$

$\therefore k=-4$

6.(C)

已知一元二次方程式 $x^2+ax-16=0$ 的兩根均爲整數， $a>0$ 且 a 爲二位數，求 a 的個位數字與十位數字相差爲何？

(A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 6

解析

$x^2+ax-16=0$ 的兩根均爲整數

$\Rightarrow x^2+ax-16$ 可能爲 $(x+1)(x-16)$，$(x+2)(x-8)$，$(x+4)(x-4)$，$(x-1)(x+16)$，$(x-2)(x+8)$

但 a 爲大於 0 的二位數

$\Rightarrow x^2+ax-16$ 爲 $(x-1)(x+16)=x^2+15x-16$

$\Rightarrow a=15$

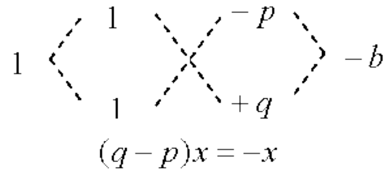
$\therefore a$ 的個位數字與十位數字相差 $5-1=4$

7.(B)

若b爲正數且方程式$x^2-x-b=0$的兩根均爲整數，則b可能爲下列哪一數？
(A) $2\times3\times5\times11$ (B) $2\times3\times7\times11$ (C) $2\times5\times7\times11$ (D) $3\times5\times7\times11$

解析

若$b>0$且$x^2-x-b=0$的兩根均爲整數，則可設$b=p\times q$（p、q爲正整數）
且$x^2-x-b=(x-p)(x+q)$
$q-p=-1\Rightarrow p-q=1$
即b可表爲兩個相差1的正整數的乘積



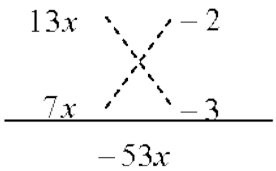
(A) $2\times3\times5\times11$無法分解成兩個相差1的正整數
(B) $2\times3\times7\times11=(2\times11)(3\times7)=22\times21\Rightarrow p=22$，$q=21$
(C) $2\times5\times7\times11$無法分解成兩個相差1的正整數
(D) $3\times5\times7\times11$無法分解成兩個相差1的正整數

8.(C)

下列何者爲方程式$91x^2-53x+6=0$的解？
(A) $-\frac{2}{7}$ (B) $-\frac{3}{7}$ (C) $\frac{2}{13}$ (D) $\frac{3}{13}$

解析

$91x^2-53x+6=0$
$\Rightarrow(13x-2)(7x-3)=0$
$\Rightarrow x=\frac{2}{13}$或$\frac{3}{7}$

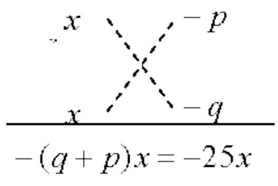


9.(A)

若一元二次方程式$x^2-25x+k=0$之兩根p、q均爲質數，則$|p-q|=$？
(A) 21 (B) 23 (C) 25 (D) 27

解析

$x^2-25x+k=0$之兩根爲p、q
由十字交乘法得知：$p+q=25$
$\because p$、q爲質數
$\therefore p=2$，$q=23$或$p=23$，$q=2$
$\Rightarrow|p-q|=|2-23|=21$或$|p-q|=|23-2|=21$



10.(D)

已知a、b爲方程式$(\frac{2}{5}x+1)^2=680$的兩根，且$a>b$，
利用右表，求$\frac{2}{5}a-\frac{2}{5}b$之值最接近下列哪一數？
(A) 0 (B) 2 (C) 37 (D) 52

N	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
2	1.414	4.472
5	2.236	7.071
34	5.831	18.439
68	8.246	26.077

解析

$(\frac{2}{5}x+1)^2=680 \Rightarrow \frac{2}{5}x+1=\pm\sqrt{680} \Rightarrow \frac{2}{5}x=-1\pm\sqrt{680}$

$\because a$ 、 b 為 $(\frac{2}{5}x+1)^2=680$ 的兩根且 $a>b$

$\therefore \frac{2}{5}a>\frac{2}{5}b$ ，且 $\frac{2}{5}a=-1+\sqrt{680}$ ， $\frac{2}{5}b=-1-\sqrt{680}$

經查表得知： $\sqrt{680} \fallingdotseq 26.077$

$\therefore \frac{2}{5}a-\frac{2}{5}b \fallingdotseq (-1+26.077)-(-1-26.077)=52.154 \fallingdotseq 52$

11. (B)

已知 $x^2-6x+b=0$ 可配方成 $(x-a)^2=7$ 的型式。請問 $x^2-6x+b=2$ 可配方成下列何種型式？

(A) $(x-a)^2=5$　(B) $(x-a)^2=9$　(C) $(x-a+2)^2=9$　(D) $(x-a+2)^2=5$

解析

$x^2-6x+b=0$ 可配方成 $(x-a)^2=7$

$\Rightarrow x^2-6x+b=0$ 與 $(x-a)^2=7$ 為同一方程式

又 $(x-a)^2=7 \Rightarrow (x-a)^2-7=0$　$\therefore x^2-6x+b=(x-a)^2-7$

若 $x^2-6x+b=2$ ，則 $(x-a)^2-7=2$　$\therefore (x-a)^2=7+2=9$

即 $x^2-6x+b=2$ 與 $(x-a)^2=9$ 為同一方程式

$\therefore x^2-6x+b=2$ 可配方成 $(x-a)^2=9$

12. (D)

若一元二次方程式 $x^2-2x-323=0$ 的兩根為 a 、 b ，且 $a>b$ ，則 $2a+b=$ ？

(A) 53　(B) 15　(C) 55　(D) 21

解析

$x^2-2x-323=0$

$\Rightarrow x^2-2x=323$

$\Rightarrow x^2-2x+1=323+1$

$\Rightarrow (x-1)^2=324=18^2$

$\Rightarrow x-1=\pm 18$

$\Rightarrow x=1+18$ 或 $x=1-18 \Rightarrow x=19$ 或 -17

$\because a>b$　$\therefore a=19$ ， $b=-17$

$\Rightarrow 2a+b=2\times 19+(-17)=21$

13. (B)

樂樂以配方法解 $2x^2-bx+a=0$ ，可得 $x-\frac{2}{3}=\pm\frac{\sqrt{15}}{2}$ 。求 $a=$ ？

(A) -6　(B) -3　(C) 6　(D) 3

解析

以配方法解 $2x^2-bx+a=0$ 可得 $x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{15}}{2}$

$\Rightarrow 2x^2-bx+a=0$ 的解為 $x=\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{15}}{2}$

又以公式解 $2x^2-bx+a=0$ 的根為 $x=\frac{-(-b)\pm\sqrt{(-b)^2-4\times2\times a}}{2\times2}=\frac{b\pm\sqrt{b^2-8a}}{4}=\frac{b}{4}\pm\frac{\sqrt{b^2-8a}}{4}$

$\therefore \frac{b}{4}=\frac{3}{2}\Rightarrow b=6$

$\frac{\sqrt{b^2-8a}}{4}=\frac{\sqrt{15}}{2}=\frac{\sqrt{60}}{4}$

$\Rightarrow b^2-8a=60\Rightarrow 6^2-8a=60\Rightarrow 8a=36-60=-24\Rightarrow a=-3$

14. (A)

設 a、b 為 $x^2-4x-1=0$ 的兩根，且 $a>b$，則 $|5-a|-|1+b|$ 之值為何？

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3

解析

$x^2-4x-1=0$

$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\frac{4\pm\sqrt{20}}{2}=\frac{4\pm2\sqrt{5}}{2}=2\pm\sqrt{5}$

$\because a>b$　$\therefore a=2+\sqrt{5}$，$b=2-\sqrt{5}$

$\because 2<\sqrt{5}<3$　$\therefore a=2+\sqrt{5}<2+3=5$，$-1<b=2-\sqrt{5}<0$

$\Rightarrow 5-a>0$，$1+b>0$

故 $|5-a|-|1+b|=(5-a)-(1+b)=5-(2+\sqrt{5})-(1+2-\sqrt{5})=5-2-\sqrt{5}-3+\sqrt{5}=0$

15. (C)

若 x 的方程式 $(k-1)x^2+kx+1=0$ 兩根相等，則 $k=$ ？

(A) -5　(B) 1　(C) 2　(D) 6

解析

$(k-1)x^2+kx+1=0$ 兩根相等 $\Rightarrow$ 判別式 $=0$

$\therefore$ 判別式 $=k^2-4(k-1)=0$

$\Rightarrow k^2-4k+4=0$

$\Rightarrow (k-2)^2=0$

$\Rightarrow k=2$ 或 2，即 $k=2$

16. (D)

若一元二次方程式 $x^2-15x-a=0$ 的一根為另一根的 4 倍，則 $a=$ ？

(A) 30　(B) 36　(C) -30　(D) -36

解析

設 $x^2-15x-a=0$ 之兩根為 α 、 4α
兩根之和 $=\alpha+4\alpha=15\Rightarrow 5\alpha=15\Rightarrow \alpha=3$ ，故兩根分別為 3、12
兩根之積 $=3\times12=-a\Rightarrow a=-36$

17. (A)

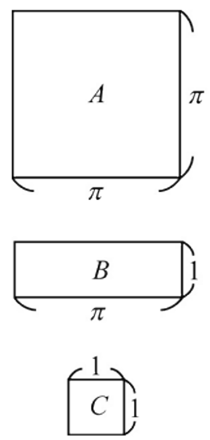
已知 $144+12a+b=0$ 且 $3600+60a+b=0$ ，則 $a+b$ 之值為何？
(A) 648　(B) 700　(C) 720　(D) 748

解析

$144+12a+b=0$ 且 $3600+60a+b=0$
$\Rightarrow 12^2+12\cdot a+b=0$ 且 $60^2+60\cdot a+b=0$
$\Rightarrow 12$ 、 60 為 $x^2+ax+b=0$ 的二根
$\therefore x^2+ax+b=(x-12)(x-60)=x^2-72x+720=0$
$\Rightarrow a=-72$ ， $b=720$
故 $a+b=(-72)+720=648$

18. (A)

如圖，有 A 型、 B 型、 C 型三種不同的紙板，其中
A 型：邊長為 π 公分（ π 為圓周率）的正方形，共有 7 塊；
B 型：邊長為 π 公分，寬為 1 公分的長方形，共有 17 塊；
C 型：邊長為 1 公分的正方形，共有 12 塊。
從這 36 塊紙板中，拿掉一塊紙板，使得剩下的紙板在不重疊的情況下，可以緊密的排出一個大長方形，請問拿掉的是哪一種紙板？
(A) A 型　(B) B 型
(C) C 型　(D) 完全不用拿掉，就可排出一個大長方形



解析

若拿掉一塊 A 紙板，則面積為 $6\pi^2+17\times\pi\times1+12\times1^2=6\pi^2+17\pi+12$
$\because 6\pi^2+17\pi+12=(2\pi+3)(3\pi+4)$
$\therefore$ 拿掉一塊 A 紙板可拼成長 $2\pi+3$ ，寬 $3\pi+4$ 的長方形
若拿掉一塊 B 紙板，則面積為 $7\pi^2+16\times\pi\times1+12\times1^2=7\pi^2+16\pi+12$
$\because$ 判別式 $16^2-4\times7\times12=-80<0$
$\therefore 7\pi^2+16\pi+12$ 不能分解成兩個 π 的一次式的乘積
$\Rightarrow$ 不能拿掉 B 紙板
若拿掉一塊 C 紙板，則面積為 $7\pi^2+17\times\pi\times1+11\times1^2=7\pi^2+17\pi+11$
$\because$ 判別式 $17^2-4\times7\times11=-19<0$
$\therefore 7\pi^2+17\pi+11$ 不能分解成兩個 π 的一次式的乘積
$\Rightarrow$ 不能拿掉 C 紙板

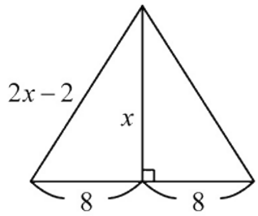
19.(A)

寰宇國中的校園內有一棵松樹，爲慶祝校慶，在樹頂端綁了兩條等長的彩帶。已知每條彩帶的長度比樹高的 2 倍少了 2 公尺，小寰和小宇兩人各拿了一條彩帶背對背往相反方向走，當兩條彩帶分別拉直時，小寰和小宇兩人相距 16 公尺，如圖，則松樹的高度爲多少公尺？

(A) 6　(B) 7　(C) 8　(D) 9

解析

設樹高爲 x 公尺，則一條彩帶長爲 $2x-2$ 公尺



$\Rightarrow (2x-2)^2 = x^2 + 8^2$

$\Rightarrow 4x^2 - 8x + 4 = x^2 + 64$

$\Rightarrow 3x^2 - 8x - 60 = 0$

$\Rightarrow (3x+10)(x-6) = 0$

$\Rightarrow x = -\dfrac{10}{3}$（負不合）或 $x = 6$

$\therefore$ 樹高爲 6 公尺

20.(B)

在下方的式子中，若☆代表同一個數，且 $A+B+C+D=36$，則☆所表示的數可能是多少？

☆ + ☆ = A

☆ − ☆ = B

☆ × ☆ = C

☆ ÷ ☆ = D

(A) 4　(B) 5　(C) 6　(D) 7

解析

設☆爲 x

$\Rightarrow A+B+C+D = (x+x)+(x-x)+(x\cdot x)+(x\div x) = 36$

$\Rightarrow 2x + x^2 + 1 = 36$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0$

$\Rightarrow (x+7)(x-5) = 0$

$\Rightarrow x = -7$ 或 $x = 5$

$\therefore$ ☆可能爲 5