

段考錦囊

年級：國中一年級

範圍：上學期第二次段考

科目：數學



一、一分鐘準備段考

- ▶ 清楚定義，能自己推導公式
- ▶ 動手做題目，然後修正錯誤
- ▶ 多做題目，培養對題型的解題感覺
- ▶ 利用名師學院系列產品，反覆觀看、補強弱點

二、重點回顧

▶ 倍數的判別法

一、倍數的判別法

1. 「2、4、8」的倍數判別法：

- 2 的倍數：個位數字是偶數
- 4 的倍數：末（尾）二位數能被 4 整除的整數
- 8 的倍數：末（尾）三位數能被 8 整除的整數

2. 「3、9、5、11」的倍數判別法：

- 3 的倍數：各個位數的和是 3 的倍數
- 9 的倍數：各個位數的和是 9 的倍數
- 5 的倍數：個位數為 5 或 0 的整數
- 11 的倍數：「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差是 11 的倍數（包含 0）

▶ 標準分解式

一、質數與合數

1. 質數的定義：大於 1 的自然數中，只有 1 和自己兩個正因數的數，稱為質數
2. 合數的定義：大於 1 的自然數中，至少有 3 個正因數的整數，稱為合數
3. 在 1~100 中，共有：2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47、53、59、61、67、71、73、79、83、89、97，總計 25 個質數

二、質因數

1. 質因數的定義：某整數的因數中，也是質數者
2. 質因數的特性：

- 任意一質數均只有 2 個正因數
- 任意一質數只有 1 個質因數

三、正因數個數與和

正整數 N 的標準分解式： $a_1^{p_1} \times a_2^{p_2} \times \cdots \times a_n^{p_n}$

- N 的質因數有 $a_1、a_2、\cdots、a_n$ ，共 n 個
- N 的正因數個數 $= (p_1+1) \times (p_2+1) \times \cdots \times (p_n+1)$
- N 的正因數總和

$$= (a_1^0 + a_1^1 + \cdots + a_1^{p_1}) \times (a_2^0 + a_2^1 + \cdots + a_2^{p_2}) \times \cdots \times (a_n^0 + a_n^1 + \cdots + a_n^{p_n})$$

例：已知， $18=2^1 \times 3^2$ 求其質因數個數、正因數個數與正因數總和為何？

解：18 的質因數有 2、3，共 2 個

$$18 \text{ 的正因數個數}=(1+1)(2+1)=6$$

$$18 \text{ 的正因數總和}=(2^0+2^1)(3^0+3^1+3^2)=39$$

► 公因數與最大公因數

一、短除法：短除法求最大公因數：提出所有公因數，再相乘

例：(36, 54, 60)=?

解：(方法一)

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 \quad 54 \quad 60 \\ \hline 3 & 18 \quad 27 \quad 30 \\ \hline & 6 \quad 9 \quad 10 \end{array}$$

$$\therefore (36, 54, 60)=2 \times 3=6$$

(方法二)

$$\begin{array}{r|l} 6 & 36 \quad 54 \quad 60 \\ \hline & 6 \quad 9 \quad 10 \end{array}$$

$$\therefore (36, 54, 60)=6$$

二、視察法：

1.以視察法求最大公因數：

- 寫出各個整數的標準分解式
- 質因數有出現共同的才列入，且次方選小的

例：($2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 3^3$, $2^2 \times 3 \times 5^2$)= $2^2 \times 3^1=12$

口訣：質因數選共同的，次方選小的

► 公倍數與最小公倍數

一、公倍數與最小公倍數

1.最小公倍數：

公倍數中最小的數，稱為這幾個整數的最小公倍數，符號以中括號 [] 表示。

2.短除法範例：

(1) [126, 54]

$$\begin{array}{r|l} 9 & 126 \quad 54 \\ \hline 2 & 14 \quad 6 \\ \hline & 7 \quad 3 \end{array}$$

$$[126, 54]=9 \times 2 \times 7 \times 3=378$$

(2) [36, 54, 60]

$$\begin{array}{r|l} 6 & 36 \quad 54 \quad 60 \\ \hline 2 & 6 \quad 9 \quad 10 \\ \hline 3 & 3 \quad 9 \quad 5 \\ \hline & 1 \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

$$[36, 54, 60]=6 \times 2 \times 3 \times 1 \times 3 \times 5=540$$

二、視察法

視察法求最小公倍數：

- 寫出各個整數的標準分解式
- 質因數有出現的要通通列入，且次方選大的

$$\text{例：} [2^2 \times 3^2 \times 5, 2^3 \times 3^3, 2^3 \times 3 \times 5^2] = 2^3 \times 3^3 \times 5^2 = 5400$$

口訣：質因數選有出現的，次方選大的

三、最大公因數與最小公倍數之關係：

設 a 、 b 為兩正整數，則 $(a, b) \times [a, b] = a \times b$

▶ 餘數問題

一、除數

被除數 \div 除數 = 商數 ... 餘數

$$\Leftrightarrow \text{被除數} = \text{除數} \times \text{商} + \text{餘數}$$

$$\Leftrightarrow \text{被除數} - \text{餘數} = \text{除數} \times \text{商}$$

$$\text{例：} 13 \div 3 = 4 \cdots 1 \Leftrightarrow 13 = 3 \times 4 + 1 \Leftrightarrow 13 - 1 = 3 \times 4$$

二、求除數

被除數 - 餘數 = 除數 \times 商

根據上述等式可知：

1. 「被除數 - 餘數」或「被除數 + 不足數」為「除數」與「商」的倍數
2. 「除數」與「商」為「被除數 - 餘數」或「被除數 + 不足數」的因數
3. 求「除數」時，須先找出「公因數」

註：求出「餘數」之後，記得檢查「除數」是否大於「餘數」

三、求被除數

1. 同餘數 \Rightarrow 被除數 = 公倍數 + 餘數

$$\text{例：} a \div 3 = \text{商數} \cdots 2 \text{ 且 } a \div 5 = \text{商數} \cdots 2 \text{ (均餘 2)}$$

$$\Rightarrow \text{最小被除數 } a = [3, 5] + 2 = 15 + 2 = 17$$

2. 同不足數 \Rightarrow 被除數 = 公倍數 - 不足數

$$\text{例：} a \div 3 = \text{商數} \cdots 2 \text{ 且 } a \div 5 = \text{商數} \cdots 4 \text{ (均不足 1)}$$

$$\Rightarrow \text{最小被除數 } a = [3, 5] - 1 = 15 - 1 = 14$$

精選試卷及詳解™

LEARNING
SMART

www.kut.com.tw

考試日期僅供參考

國一數學(1) 第三單元因數與倍數段考

範圍： 因數與倍數

考試日期： 2014/10/22

適用年級： 國中一年級

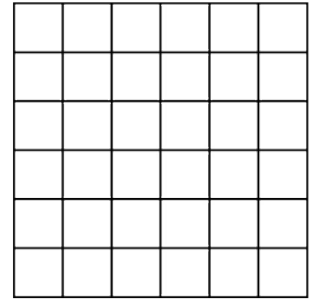
適用科目： 數學

題型： 單選題：20題

一、單選題

1.()

如右圖，一正方形木板上剛好可畫分成 36 個邊長均為 2 公分的正方形。若重新將此木板畫分成數個大小相同的長方形，則此長方形的長與寬不可能為下列哪一組？



- (A) 長為 3 公分，寬為 2 公分
- (B) 長為 6 公分，寬為 4 公分
- (C) 長為 9 公分，寬為 6 公分
- (D) 長為 12 公分，寬為 4 公分

2.()

將正整數 N 的所有正因數由小至大排列如下：

1、 a 、3、 b 、 c 、 d 、 e 、 f 、 g 、42、 h 、 N

判斷下列敘述何者正確？

- (A) d 是 a 的 3 倍
- (B) e 是 3 的 3 倍
- (C) f 是 b 的 3 倍
- (D) 42 是 d 的 3 倍

3.()

有 30 張分別標示 1~30 號的紙牌。先將號碼數為 3 的倍數的紙牌拿掉，然後從剩下的紙牌中，拿掉號碼數為 2 的倍數的紙牌。若將最後剩下的紙牌，依號碼數由小到大排列，則第 5 張紙牌的號碼為何？

- (A) 7
- (B) 11
- (C) 13
- (D) 17

4.()

下列敘述何者錯誤？

- (A) 1 是 3 的因數
- (B) 13 是 1 的倍數
- (C) 0 是 7 的倍數
- (D) 0 是 6 的因數

5.()

設 n 為正整數，且 357 可被 n 整除，則所得的商不可能是下列哪一個數？

- (A) 21
- (B) 51
- (C) 119
- (D) 57

6.()

某甲家裡養羊過剩，希望每一頭羊與人換 40 隻雞，可是在沒人來跟他換的情形下，只好將一頭羊換雞的數目調降，但他仍堅持一頭羊換雞的數目要高於 20 隻。已知他最後共獲得 1705 隻雞，請問每頭羊可換幾隻雞？

- (A) 25 (B) 27 (C) 31 (D) 35

7.()

陳老師將 100 位學生依序排成一列，並完成報數 1、2、3、...、100，老師宣布所報數字為 5 或 7 的倍數者可以獲得寰宇電影公司所贈送的電影招待券乙張。試問寰宇電影公司應準備多少張招待券？

- (A) 31 (B) 32 (C) 33 (D) 34

8.()

若 $a = 1.071 \times 10^6$ ，則 a 是下列哪一數的倍數？

- (A) 48 (B) 64 (C) 72 (D) 81

9.()

某生將一正整數 a 分解成質因數相乘，計算過程如右。則下列哪一個選項是正確的？

- (A) $b = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$
(B) $c = 3^2 \times 5^2 \times 7$
(C) $e = 3^3 \times 5^2 \times 7$
(D) $f = 5 \times 7$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) a} \\ 2 \overline{) b} \\ 2 \overline{) c} \\ 3 \overline{) d} \\ 3 \overline{) e} \\ 5 \overline{) f} \\ 5 \overline{) g} \\ 7 \end{array}$$

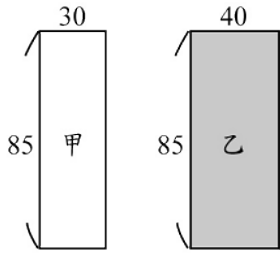
10.()

傳說某古堡有億萬寶藏，必須輸入入門密碼才能進入取寶，已知入門密碼有四碼 $abcd$ ，分別隱藏在 $2898 = 2^a \times b^2 \times c^1 \times 23^d$ 的標準分解式中，請問此入門密碼為何？

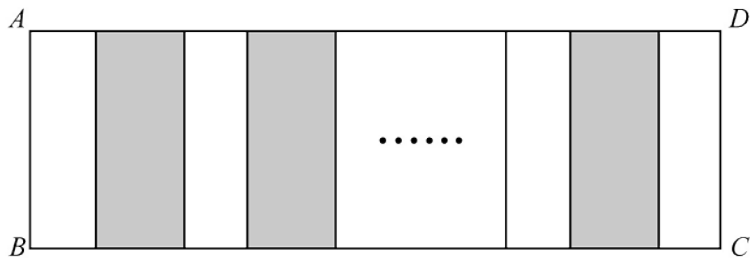
- (A) 2371 (B) 1371 (C) 1351 (D) 2351

11.()

有甲、乙兩種長方形紙板各若干張，其中甲的長為 85 公分，寬為 30 公分；乙的長為 85 公分，寬為 40 公分，如圖(一)所示。今依同種紙板不相鄰的規則，將所有紙板由左至右緊密排成圖(二)的長方形 $ABCD$ ，則下列哪一個選項可能是 \overline{AD} 的長度？



圖(一)



圖(二)

- (A) 770 公分 (B) 800 公分 (C) 810 公分 (D) 980 公分

12.()

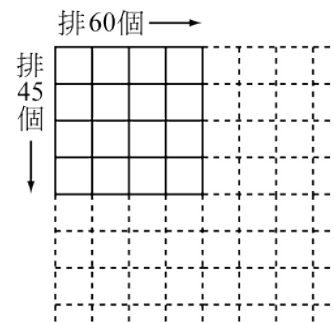
有一個三位數，其百位、十位、個位數字分別為 1、 a 、 b 。若此數與 72 的最大公因數為 12，則 $a+b$ 可能為下列哪一數？

- (A) 2 (B) 5 (C) 8 (D) 14

13.()

如右圖，若將 2700 個大小相同的小正方形緊密地排出一個長邊有 60 個小正方形、短邊有 45 個小正方形的長方形後，在此長方形中畫一條對角線，則此線通過幾個小正方形？

- (A) 60 (B) 75 (C) 90 (D) 105



14.()

下列敘述何者正確？

- (A) 若 $(a, b) = 1$ ，則 a 與 b 均為質數
 (B) 若 $(a, b) = 1$ ，且 $(b, c) = 1$ ，則必有 $(a, c) = 1$ 的結果
 (C) 若 a 、 b 均為質數，則 $(a, b) = 1$
 (D) 若 6 與 a 的最大公因數為 2，則 a 可能是 18

15.()

小明求 945、2835 及 540 的最大公因數，過程如下：

| | | | |
|---|-----|------|-----|
| 5 | 945 | 2835 | 540 |
| 9 | 189 | 567 | 108 |
| 7 | 21 | 63 | 12 |
| 3 | 3 | 9 | 12 |
| | 1 | 3 | 4 |

答：(945, 2835, 540) = $5 \times 9 \times 7 \times 3 = 945$

請問下列四位同學的說法，哪一個是對的？

- (A) 甲說：「9 不是質數，不能用 9 除，所以過程不正確。」
- (B) 乙說：「5 大於 3，應該先用 3 去除，所以過程不正確。」
- (C) 丙說：「最大公因數為 $5 \times 9 \times 7 \times 3 = 945$ 。」
- (D) 丁說：「結果不正確，最大公因數不應有因數 7。」

16.()

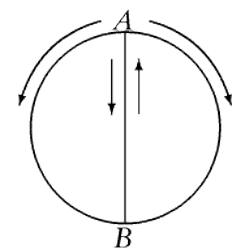
小明的學校教室長 1260 公分，寬 1008 公分，右圖為現有磁磚規格，請問若想不切割任何磁磚而能將教室鋪滿，有



- (A) 甲、乙、丙 (B) 甲、乙、丁 (C) 甲、丙、丁 (D) 乙、丙、丁

17.()

如圖，甲車依逆時針方向繞著圓周行駛，每 16 分鐘繞一周；乙車依順時針方向繞著圓周行駛，每 18 分鐘繞一周；丙車沿著直徑來回行駛，每 12 分鐘來回一趟。若甲、乙、丙三車同時由 A 點出發，請問甲、乙、丙三車在幾分鐘以後，會在 A 點第一次同時相遇？

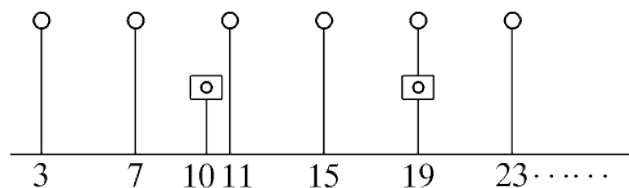


- (A) 144 (B) 432 (C) 864 (D) 3456

18.()

如圖，若在高速公路上，自 3 公里處開始，每隔 4 公里設一速率限制標誌，而且自 10 公里處開始，每隔 9 公里設一測速照相標誌，則剛好在 19 公里處同時設置這兩種標誌。請問下一個兩種標誌同時設置的地點是在幾公里處？

- (A) 32 (B) 36 (C) 55 (D) 90



19.()

公路長 1260 公尺，在公路的兩側每隔 20 公尺裝一盞路燈，頭尾都要裝燈。今爲了加強照明，改爲每隔 12 公尺裝一盞燈，試問施工時有多少盞燈可以不必移動？

(A) 21 (B) 22 (C) 42 (D) 44

20.()

小方拿了一張長 80 公分，寬 50 公分的紙張，剛好剪出 n 個正方形（其面積大小可以不相同）。請問 n 的最小值是多少？

(A) 3 (B) 5 (C) 10 (D) 40

國一數學(1) 第三單元因數與倍數段考

範圍： 因數與倍數

考試日期： 2014/10/22

適用年級： 國中一年級

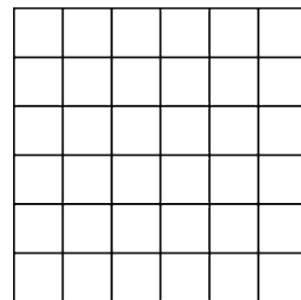
適用科目： 數學

題型： 單選題：20題

一、單選題

1. (C)

如右圖，一正方形木板上剛好可畫分成 36 個邊長均為 2 公分的正方形。若重新將此木板畫分成數個大小相同的長方形，則此長方形的長與寬不可能為下列哪一組？



- (A) 長為 3 公分，寬為 2 公分
- (B) 長為 6 公分，寬為 4 公分
- (C) 長為 9 公分，寬為 6 公分
- (D) 長為 12 公分，寬為 4 公分

解析

∵ 正方形木板的邊長為 $6 \times 2 = 12$ 公分
∴ 重畫後長方形的長與寬皆應為 12 的因數
∵ 9 不是 12 的因數
∴ 此長方形不可能長為 9 公分，寬為 6 公分

2. (C)

將正整數 N 的所有正因數由小至大排列如下：

1、 a 、3、 b 、 c 、 d 、 e 、 f 、 g 、42、 h 、 N

判斷下列敘述何者正確？

- (A) d 是 a 的 3 倍
- (B) e 是 3 的 3 倍
- (C) f 是 b 的 3 倍
- (D) 42 是 d 的 3 倍

解析

∵ N 的正因數共有 12 個，且由小至大排列
∴ $N = 1 \times N = a \times h = 3 \times 42 = b \times g = c \times f = d \times e$
 $\Rightarrow N = 3 \times 42 = 126$
又 $126 = 2 \times 63 = 6 \times 21 = 7 \times 18 = 9 \times 14$
∴ $a = 2$ 、 $b = 6$ 、 $c = 7$ 、 $d = 9$ 、 $e = 14$ 、 $f = 18$ 、 $g = 21$ 、 $h = 63$
 $\Rightarrow f$ 是 b 的 $18 \div 6 = 3$ 倍

3. (C)

有 30 張分別標示 1~30 號的紙牌。先將號碼數為 3 的倍數的紙牌拿掉，然後從剩下的紙牌中，拿掉號碼數為 2 的倍數的紙牌。若將最後剩下的紙牌，依號碼數由小到大排列，則第 5 張紙牌的號碼為何？

- (A) 7
- (B) 11
- (C) 13
- (D) 17

解析

1~30 中，3 的倍數依序為 3、6、9、12、15、18、...

1~30 中，2 的倍數依序為 2、4、6、8、10、12、14、16、...

∴先拿掉 3 的倍數，再拿掉 2 的倍數，依序剩下 1、5、7、11、13、17、...

⇒ 第 5 張紙牌的號碼為 13

4. (D)

下列敘述何者錯誤？

(A) 1 是 3 的因數 (B) 13 是 1 的倍數 (C) 0 是 7 的倍數 (D) 0 是 6 的因數

解析

(A) ∵ $3=1 \times 3$ ∴ 1 是 3 的因數

(B) ∵ $13=1 \times 13$ ∴ 13 是 1 的倍數

(C) ∵ $0=7 \times 0$ ∴ 0 是 7 的倍數

(D) ∵ $0=6 \times 0$ ∴ 0 是 6 的倍數

5. (D)

設 n 為正整數，且 357 可被 n 整除，則所得的商不可能是下列哪一個數？

(A) 21 (B) 51 (C) 119 (D) 57

解析

設 n 為整數，且 357 可被 n 整除，則 $357=1 \times 357=3 \times 119=7 \times 51=17 \times 21$

∴ n 可為 1、3、7、17、21、51、119、357

6. (C)

某甲家裡養羊過剩，希望每一頭羊與人換 40 隻雞，可是在沒人來跟他換的情形下，只好將一頭羊換雞的數目調降，但他仍堅持一頭羊換雞的數目要高於 20 隻。已知他最後共獲得 1705 隻雞，請問每頭羊可換幾隻雞？

(A) 25 (B) 27 (C) 31 (D) 35

解析

∵ $1705=1 \times 1705=5 \times 341=11 \times 155=31 \times 55$

∴ 1705 共有 8 個正因數

已知雞的數量大於 20 隻，但少於 40 隻，則每頭羊可換 31 隻雞

7. (B)

陳老師將 100 位學生依序排成一列，並完成報數 1、2、3、...、100，老師宣布所報數字為 5 或 7 的倍數者可以獲得寰宇電影公司所贈送的電影招待券乙張。試問寰宇電影公司應準備多少張招待券？

(A) 31 (B) 32 (C) 33 (D) 34

解析

1~100 中，5 或 7 的倍數個數 = 5 的倍數個數 + 7 的倍數個數 - 35 的倍數個數

$100 \div 5 = 20 \Rightarrow 5$ 的倍數個數有 20 個

$100 \div 7 = 14 \dots 2 \Rightarrow 7$ 的倍數個數有 14 個

$100 \div 35 = 2 \dots 30 \Rightarrow 35$ 的倍數個數有 2 個

\therefore 所求 = $20 + 14 - 2 = 32$ (張)

8. (C)

若 $a = 1.071 \times 10^6$ ，則 a 是下列哪一數的倍數？

(A) 48 (B) 64 (C) 72 (D) 81

解析

$$a = 1.071 \times 10^6 = 1071 \times 10^3 = (3^2 \times 7 \times 17) \times (2 \times 5)^3 \\ = 2^3 \times 3^2 \times 5^3 \times 7 \times 17$$

$48 = 2^4 \times 3 \Rightarrow a$ 不是 48 的倍數

$64 = 2^6 \Rightarrow a$ 不是 64 的倍數

$72 = 2^3 \times 3^2 \Rightarrow a$ 是 72 的倍數

$81 = 3^4 \Rightarrow a$ 不是 81 的倍數

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 1071} \\ \underline{3 \quad 357} \\ 7 \overline{) 119} \\ \underline{17} \end{array}$$

9. (A)

某生將一正整數 a 分解成質因數相乘，計算過程如右。則下列哪一個選項是正確的？

(A) $b = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$

(B) $c = 3^2 \times 5^2 \times 7$

(C) $e = 3^3 \times 5^2 \times 7$

(D) $f = 5 \times 7$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) a} \\ 2 \overline{) b} \\ 2 \overline{) c} \\ 3 \overline{) d} \\ 3 \overline{) e} \\ 5 \overline{) f} \\ 5 \overline{) g} \\ \quad 7 \end{array}$$

解析

$$g = 5 \times 7$$

$$f = 5 \times g = 5^2 \times 7$$

$$e = 3 \times f = 3 \times 5^2 \times 7$$

$$d = 3 \times e = 3^2 \times 5^2 \times 7$$

$$c = 2 \times d = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$$

$$b = 2 \times c = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$$

$$a = 2 \times b = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$$

10. (B)

傳說某古堡有億萬寶藏，必須輸入入門密碼才能進入取寶，已知入門密碼有四碼 $abcd$ ，分別隱藏在 $2898 = 2^a \times b^2 \times c^1 \times 23^d$ 的標準分解式中，請問此入門密碼為何？

(A) 2371 (B) 1371 (C) 1351 (D) 2351

解析

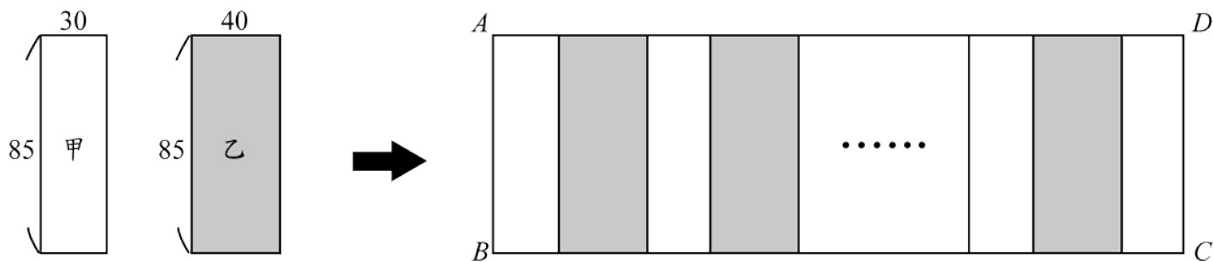
先找出 2898 的標準分解式

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2898} \\ 7 \overline{) 1449} \\ 3 \overline{) 207} \\ 3 \overline{) 69} \\ 23 \end{array}$$

$\therefore 2898 = 2^1 \times 3^2 \times 7^1 \times 23^1 \Rightarrow a=1, b=3, c=7, d=1$ ，故密碼為 1371

11. (B)

有甲、乙兩種長方形紙板各若干張，其中甲的長為 85 公分，寬為 30 公分；乙的長為 85 公分，寬為 40 公分，如圖(一)所示。今依同種紙板不相鄰的規則，將所有紙板由左至右緊密排成圖(二)的長方形 $ABCD$ ，則下列哪一個選項可能是 \overline{AD} 的長度？



圖(一)

圖(二)

- (A) 770 公分 (B) 800 公分 (C) 810 公分 (D) 980 公分

解析

$30 + 40 = 70$ 且排至最右邊的長方形為甲

\therefore 除以 70 後，餘數為 30 的數可能是 \overline{AD} 的長度

$770 \div 70 = 11 \dots 0 \Rightarrow 770$ 公分不可能為 \overline{AD} 的長度

$800 \div 70 = 11 \dots 30 \Rightarrow 800$ 公分可能為 \overline{AD} 的長度

$810 \div 70 = 11 \dots 40 \Rightarrow 810$ 公分不可能為 \overline{AD} 的長度

$980 \div 70 = 14 \dots 0 \Rightarrow 980$ 公分不可能為 \overline{AD} 的長度

\therefore 只有 800 公分可能為 \overline{AD} 的長度

12. (B)

有一個三位數，其百位、十位、個位數字分別為 1、 a 、 b 。若此數與 72 的最大公因數為 12，則 $a+b$ 可能為下列哪一數？

- (A) 2 (B) 5 (C) 8 (D) 14

解析

$$72 = 12 \times 6$$

⇒ 此數可寫為 $12h$ ，且 $(6, h) = 1$

又 $12h$ 為小於 200 的三位數

$$12 \times 8 = 96, 12 \times 17 = 204$$

$$\Rightarrow 8 < h < 17$$

∵ $(6, h) = 1$ ∴ h 為 11 或 13

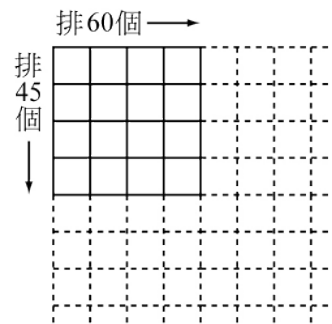
⇒ 此三位數為 $12 \times 11 = 132$ 或 $12 \times 13 = 156$

故 $a + b = 3 + 2 = 5$ 或 $5 + 6 = 11$

13. (C)

如右圖，若將 2700 個大小相同的小正方形緊密地排出一個長邊有 60 個小正方形、短邊有 45 個小正方形的長方形後，在此長方形中畫一條對角線，則此線通過幾個小正方形？

- (A) 60 (B) 75 (C) 90 (D) 105



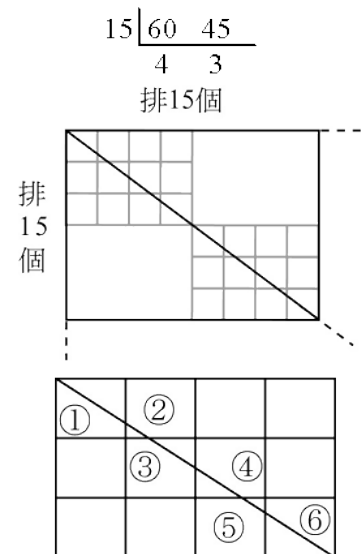
解析

∵ $(60, 45) = 15$ 且 $60 \div 15 = 4$ ， $45 \div 15 = 3$

∴ 所排出的長方形可由 4×3 的小長方形以長邊與短邊各排 15 個的方式組成，原長方形的對角線亦通過 15 個排在對角線位置的 4×3 長方形的對角線

∵ 4×3 長方形的對角線通過 6 個小正方形

∴ 原長方形的對角線通過 $15 \times 6 = 90$ 個小正方形



14. (C)

下列敘述何者正確？

- (A) 若 $(a, b) = 1$ ，則 a 與 b 均為質數
 (B) 若 $(a, b) = 1$ ，且 $(b, c) = 1$ ，則必有 $(a, c) = 1$ 的結果
 (C) 若 a 、 b 均為質數，則 $(a, b) = 1$
 (D) 若 6 與 a 的最大公因數為 2，則 a 可能是 18

解析

- (A) 錯誤。反例： $(4, 9) = 1$ ，但 4、9 不是質數
 (B) 錯誤。反例： $(2, 3) = 1$ ， $(3, 4) = 1$ ，但 $(2, 4) = 2 \neq 1$
 (C) 正確。
 (D) 錯誤。反例： $(6, 18) = 6 \neq 2$

15. (D)

小明求 945、2835 及 540 的最大公因數，過程如下：

| | | | |
|---|-----|------|-----|
| 5 | 945 | 2835 | 540 |
| 9 | 189 | 567 | 108 |
| 7 | 21 | 63 | 12 |
| 3 | 3 | 9 | 12 |
| | 1 | 3 | 4 |

答： $(945, 2835, 540) = 5 \times 9 \times 7 \times 3 = 945$

請問下列四位同學的說法，哪一個是對的？

- (A) 甲說：「9 不是質數，不能用 9 除，所以過程不正確。」
 (B) 乙說：「5 大於 3，應該先用 3 去除，所以過程不正確。」
 (C) 丙說：「最大公因數為 $5 \times 9 \times 7 \times 3 = 945$ 。」
 (D) 丁說：「結果不正確，最大公因數不應有因數 7。」

解析

利用短除法求最大公因數，提出共同的因數即可，僅選項(D)正確。

(方法一) 短除法

| | | | |
|---|-----|------|-----|
| 5 | 945 | 2835 | 540 |
| 9 | 189 | 567 | 108 |
| 3 | 21 | 63 | 12 |
| | 7 | 21 | 4 |

$\therefore (945, 2835, 540) = 5 \times 9 \times 3 = 135$

(方法二) 標準分解式

$$945 = 3^3 \times 5 \times 7$$

$$2835 = 3^4 \times 5 \times 7$$

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

$\therefore (945, 2835, 540) = 3^3 \times 5 = 135$

16. (A)

小明的學校教室長 1260 公分，寬 1008 公分，右圖為現有磁磚規格，請問若想不切割任何磁磚而能將教室鋪滿，有哪些磁磚可以選擇？

甲
6×6

乙
14×14

丙
21×21

丁
30×30

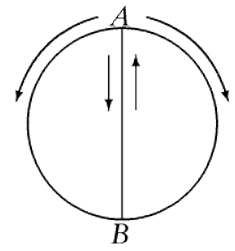
- (A) 甲、乙、丙 (B) 甲、乙、丁 (C) 甲、丙、丁 (D) 乙、丙、丁

解析

若要鋪滿教室，則正方形磁磚的邊長必須是教室長、寬的公因數
 $(1260, 1008) = 252$ $\therefore 6、14、21$ 是 252 的因數 \therefore 可選擇甲、乙、丙

17. (A)

如圖，甲車依逆時針方向繞著圓周行駛，每 16 分鐘繞一周；乙車依順時針方向繞著圓周行駛，每 18 分鐘繞一周；丙車沿著直徑來回行駛，每 12 分鐘來回一趟。若甲、乙、丙三車同時由 A 點出發，請問甲、乙、丙三車在幾分鐘以後，會在 A 點第一次同時相遇？



- (A) 144 (B) 432 (C) 864 (D) 3456

解析

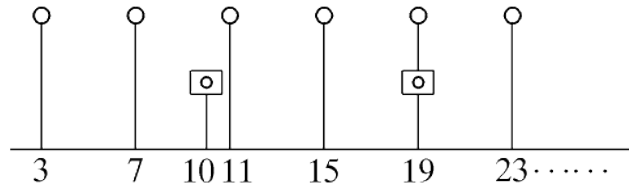
甲車繞回出發點需 16 的倍數的時間，乙車繞回出發點需 18 的倍數的時間，丙車繞回出發點需 12 的倍數的時間 \Rightarrow 三車同時繞回出發點需 16、18、12 的公倍數的時間，即最少需 $[16, 18, 12] = 2 \times 2 \times 3 \times 4 \times 3 \times 1 = 144$ 分

| | | | |
|---|----|----|----|
| 2 | 16 | 18 | 12 |
| 2 | 8 | 9 | 6 |
| 3 | 4 | 3 | 3 |
| | 4 | 3 | 1 |

18. (C)

如圖，若在高速公路上，自 3 公里處開始，每隔 4 公里設一速率限制標誌，而且自 10 公里處開始，每隔 9 公里設一測速照相標誌，則剛好在 19 公里處同時設置這兩種標誌。請問下一個兩種標誌同時設置的地點是在幾公里處？

- (A) 32 (B) 36 (C) 55 (D) 90



解析

\therefore 每隔 4km 設速限標誌
 \therefore 任兩個速限標誌間隔為 4 的倍數
 \therefore 每隔 9km 設測速標誌
 \therefore 任兩個測速標誌間隔為 9 的倍數
 \Rightarrow 任兩個同時設有速限與測速標誌的地點間隔必是 4 與 9 的公倍數，即 $[4, 9] = 36$ 的倍數
 \therefore 下一個兩種標誌在 $19 + 36 = 55$ 公里

19. (D)

公路長 1260 公尺，在公路的兩側每隔 20 公尺裝一盞路燈，頭尾都要裝燈。今為了加強照明，改為每隔 12 公尺裝一盞燈，試問施工時有多少盞燈可以不必移動？

- (A) 21 (B) 22 (C) 42 (D) 44

解析

不必移動的燈必為每隔 12 與 20 公倍數的路燈 $\Rightarrow [12, 20] = 60$, $1260 \div 60 = 21$

\therefore 頭尾都要裝燈 $\therefore 21+1=22$ (一側有 22 盞燈)

故兩側共有 $22 \times 2 = 44$ 盞燈不必移動

20. (B)

小方拿了一張長 80 公分，寬 50 公分的紙張，剛好剪出 n 個正方形(其面積大小可以不相同)。
請問 n 的最小值是多少？

(A) 3 (B) 5 (C) 10 (D) 40

解析

$$\therefore 80 \div 50 = 1 \dots 30$$

\therefore 以 50 公分為邊長，可剪出 1 個最大的正方形，長邊還剩 30cm

$$\therefore 50 \div 30 = 1 \dots 20$$

\therefore 以 30 公分為邊長，可剪出 1 個次大的正方形，寬邊還剩 20cm

$$\therefore 30 \div 20 = 1 \dots 10$$

\therefore 可再剪出第三大的正方形，還剩 10cm

$$\therefore 20 \div 10 = 2$$

\therefore 剩餘紙張可剪出 2 個第四大的正方形

\therefore 在每次剪裁時，皆盡可能剪出最大的正方形

\therefore 可剪出最少的正方形

$\Rightarrow n$ 的最小值為 $1+1+1+2=5$

